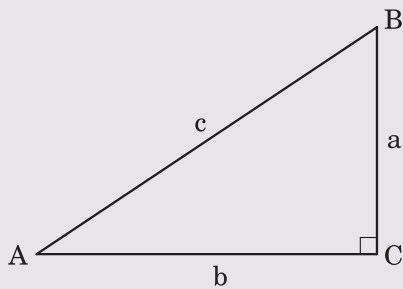


Trigonometri

Om trekanter



Vinkler skrives med store bogstaver.

Sider skrives med små bogstaver.

a = en katete

b = en katete

c = hypotenusen

go065-01.cdr

Opgaver

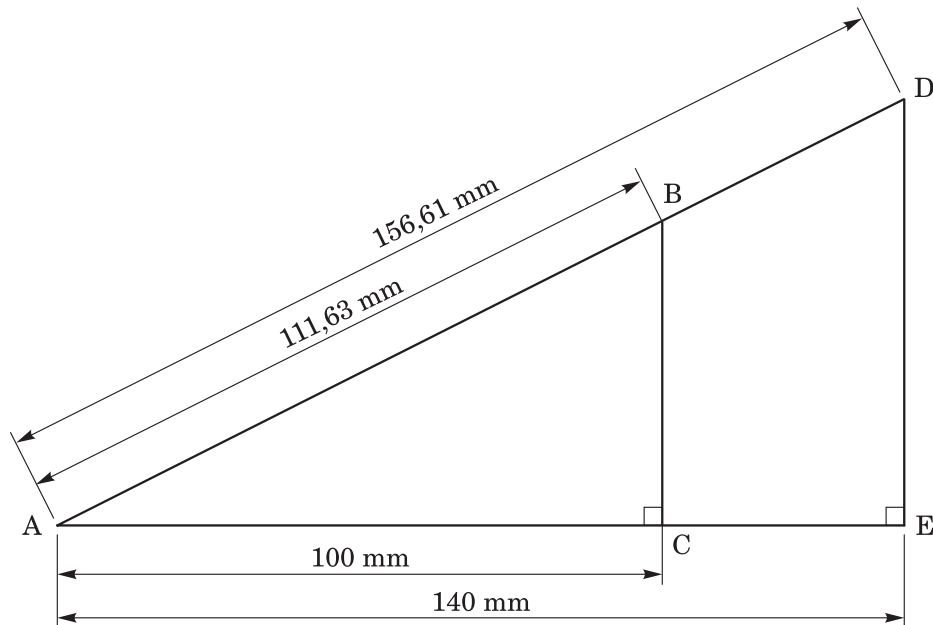
1. Hvad hedder vinkel A's hosliggende katete?
2. Hvad hedder vinkel A's modstående katete?
3. Hvad hedder vinkel B's hosliggende katete?
4. Hvad hedder vinkel B's modstående katete?
5. Hvad hedder a 's modstående vinkel?
6. Hvad hedder b 's modstående vinkel?
7. Hvad hedder b 's hosliggende vinkler?
8. Hvad hedder a 's hosliggende vinkler?

Ligedannede trekanter

9. Beregn $|BC|$ og $|DE|$, når:

$$|BC| = 111,63 \text{ og } |BC| = 100$$

$$|AD| = 156,61 \text{ og } |AE| = 140$$



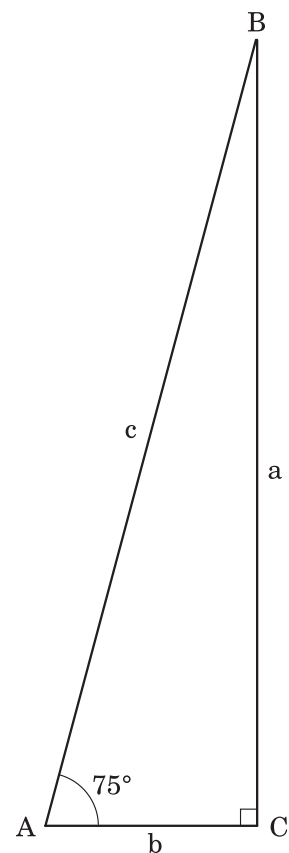
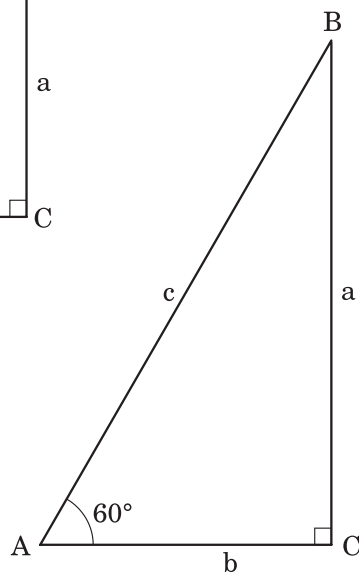
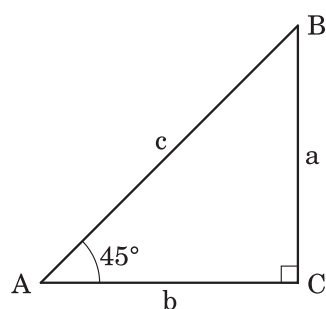
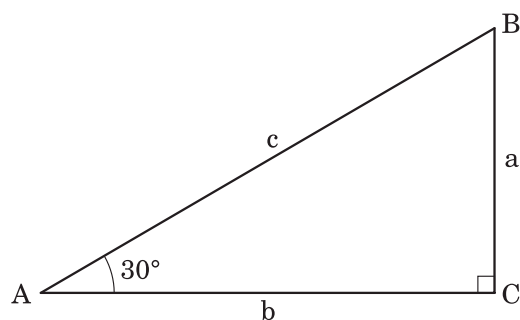
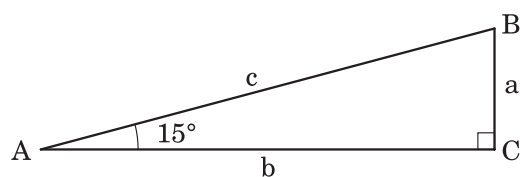
go065-02.cdr

10. Skriv tallene ind i et skema som herunder, og udregn (2 decimaler).

$$\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|AC|}{|AE|} = \frac{|BC|}{|DE|}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad} \Rightarrow \underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Forholdet mellem siderne i en trekant



go065-03.cdr

Øvelse

Ovenstående tegninger er målfaste. Brug lineal, og mål trekanternes sider.

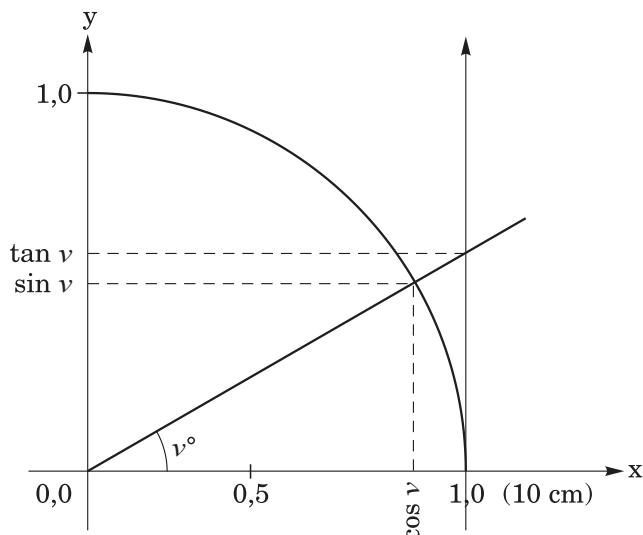
Tegn nedenstående skema på et stykke papir, og skriv målene i felterne.

Udfør til sidst divisionerne i kolonne 1, 2 og 3.

				1	2	3
A	a	b	c	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{a}{b}$
15°				0,26	0,97	0,27
30°						
45°						
60°						
75°						

Sinus, cosinus og tangens

Fremstil nedenstående tegning på millimeterpapir (radius i cirkelbuen = 10 cm).



$\sin \nu$ aflæses på y-aksen
 $\tan \nu$ aflæses på y-aksen
 $\cos \nu$ aflæses på x-aksen

go065-04.cdr

Tegn nedenstående skema på et stykke papir.

Afsæt dernæst nedenstående vinkler på millimeterpapiret, og aflæs de tilsvarende værdier for: $\sin \nu$, $\cos \nu$ og $\tan \nu$.

	1	2	3
Vinkel ν	$\sin \nu$	$\cos \nu$	$\tan \nu$
0°			
15°			
30°			
45°			
60°			
75°			
90°			

Sammenlign kolonne 1, 2 og 3 med kolonne 1, 2 og 3 på foregående side.

Trigonometri for den retvinklede trekant

Efter at have sammenlignet skemaerne på de 2 foregående sider kan vi nu sammenfatte følgende:

$$\sin v = \frac{\text{Vinklens modstående side}}{\text{Hypotenusen}}$$

$$\cos v = \frac{\text{Vinklens hosliggende side}}{\text{Hypotenusen}}$$

$$\tan v = \frac{\text{Vinklens modstående side}}{\text{Vinklens hosliggende side}}$$

Opgaver

11. Tegn nedenstående skema på et stykke papir.

Find ved hjælp af lommeregneren funktionsværdierne til følgende vinkler:

Vinkel v	$\sin v$	$\cos v$	$\tan v$
18°			
37°			
58°			
89°			

Hvad sker der med henholdsvis sinus-, cosinus- og tangensværdierne, når vinklen vokser?

12. Find ved hjælp af lommeregneren vinklen til følgende funktionsværdier:

- | | | |
|------------------|------------------|---------------|
| a. $\sin 0,2355$ | b. $\sin 0,9247$ | c. $\sin 0,5$ |
| d. $\cos 0,2355$ | e. $\cos 0,9247$ | f. $\cos 0,5$ |
| g. $\tan 0,2355$ | h. $\tan 0,9247$ | i. $\tan 0,5$ |

13. Find følgende funktionsværdier:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| a. $\sin v$, når $v = 16,3^\circ$ | b. $\sin v$, når $v = 26,8^\circ$ |
| c. $\sin v$, når $v = 79,8^\circ$ | d. $\cos v$, når $v = 12,3^\circ$ |
| e. $\cos v$, når $v = 67,7^\circ$ | f. $\cos v$, når $v = 85,9^\circ$ |
| g. $\tan v$, når $v = 13,4^\circ$ | h. $\tan v$, når $v = 87,4^\circ$ |

Løs følgende ligninger, og find det ubestemte led.

Eksempel

$$\sin v = \frac{7,6458}{9,2541} \Rightarrow v = 55,71^\circ$$

$$14. \sin v = \frac{7,6458}{9,2541}$$

$$15. \cos v = \frac{137}{155}$$

$$16. \tan v = \frac{1,625}{0,171}$$

$$17. \sin 36,5^\circ = \frac{a}{1,353}$$

$$18. \sin v = \frac{0,805}{1,353}$$

$$19. \cos 87,3^\circ = \frac{b}{3,14}$$

$$20. \cos B = \frac{0,15}{3,14}$$

$$21. \tan 89^\circ = \frac{a}{14,6}$$

$$22. \tan B = \frac{836,4}{14,6}$$

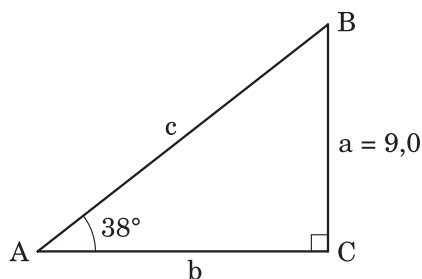
$$23. \sin 36,5^\circ = \frac{0,805}{b}$$

$$24. \tan 2^\circ = \frac{1701}{b}$$

$$25. \cos 46,3^\circ = \frac{2,15}{b}$$

Trigonometriske beregninger

Eksempel



Find vinkel B, hypotenusen c og siden b.

go065-05.cdr

a. Vinkel B: $B = 90^\circ - 38^\circ \Rightarrow \underline{\underline{52^\circ}}$

b. Hypotenusen c: $\sin 38^\circ = \frac{9,0}{c} \Rightarrow c = \frac{9,0}{\sin 38^\circ} \Rightarrow c = 14,6184 \Rightarrow \underline{\underline{14,62}}$

c. Siden b: $\cos 38^\circ = \frac{b}{14,6184} \Rightarrow \cos 38^\circ \cdot 14,6184 \Rightarrow b = \underline{\underline{11,52}}$

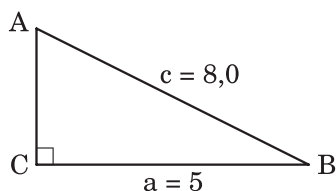
$$\sin v = \frac{\text{Modstående side}}{\text{Hypotenusen}}$$

$$\cos v = \frac{\text{Hosliggende side}}{\text{Hypotenusen}}$$

$$\tan v = \frac{\text{Modstående side}}{\text{Hosliggende side}}$$

Opgaver

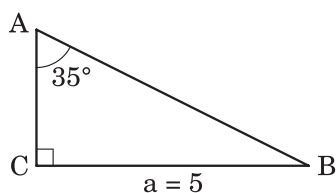
26.



go065-06.cdr

Beregn vinkel A.
Beregn vinkel B.
Beregn siden b.

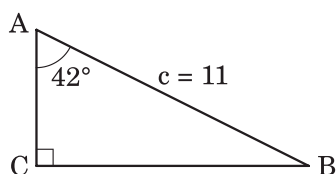
27.



go065-07.cdr

Beregn siden c.
Beregn vinkel B.
Beregn siden b.

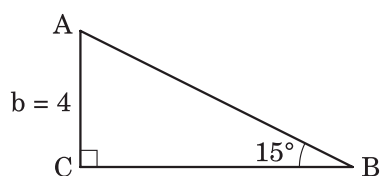
28.



go065-08.cdr

Beregn siden a.
Beregn vinkel B.
Beregn siden b.

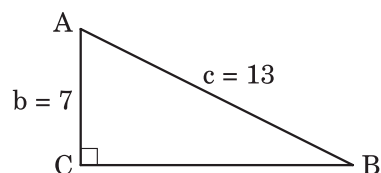
29.



go065-09.cdr

Beregn vinkel A.
Beregn siden a.
Beregn siden c.

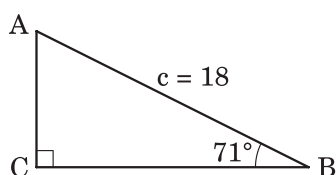
30.



go065-10.cdr

Beregn vinkel B.
Beregn siden a.
Beregn vinkel A.

31.

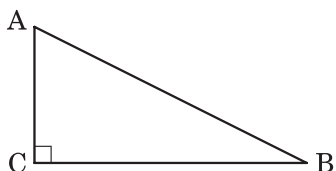


go065-11.cdr

Beregn siden a.
Beregn siden b.
Beregn vinkel A.

$$\sin v = \frac{\text{Modstående side}}{\text{Hypotenusen}} \quad \cos v = \frac{\text{Hosliggende side}}{\text{Hypotenusen}} \quad \tan v = \frac{\text{Modstående side}}{\text{Hosliggende side}}$$

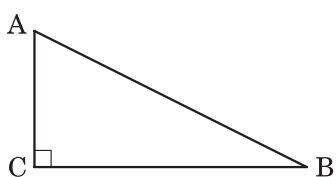
32.



$A = 27^\circ$ $c = 5$
Beregn a, B og b.

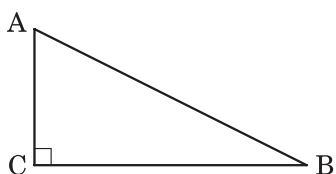
go065-12.cdr

33.



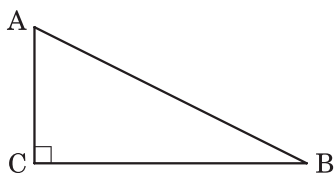
$a = 4$ $c = 6$
Beregn a, B og b.

34.



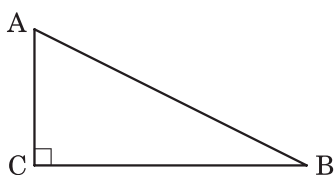
$A = 29^\circ$ $a = 15$
Beregn c, B og b.

35.



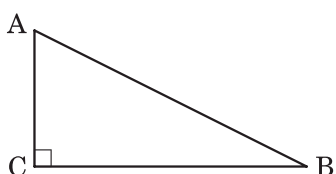
$b = 8$ $c = 15$
Beregn B, a og A.

36.



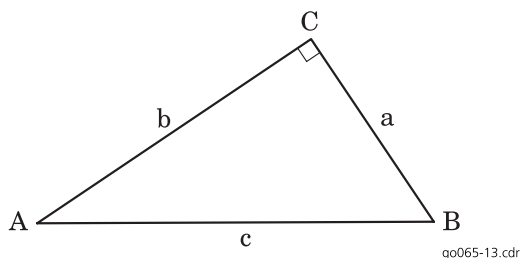
$c = 18$ $B = 38^\circ$
Beregn B, a og A.

37.



$b = 7,50$ $B = 53,35^\circ$
Beregn c, A og a.

38.

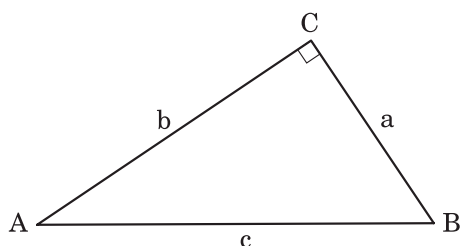


Beregn de ukendte stykker i den retvinklede trekant ABC, når:

$$A = 63^\circ \text{ og}$$

$$a = 12,57 \text{ cm}$$

39.



Beregn de ukendte stykker i den retvinklede trekant ABC, når:

$$a = 5 \text{ cm og}$$

$$b = 12 \text{ cm}$$

40. $A = 36,8^\circ$, $c = 6,38 \text{ mm}$ og $C = 90^\circ$.

Beregn a og b.

41. $B = 35,7^\circ$, $b = 19,3 \text{ dm}$ og $C = 90^\circ$.

Find vinkel A og siderne a og c.

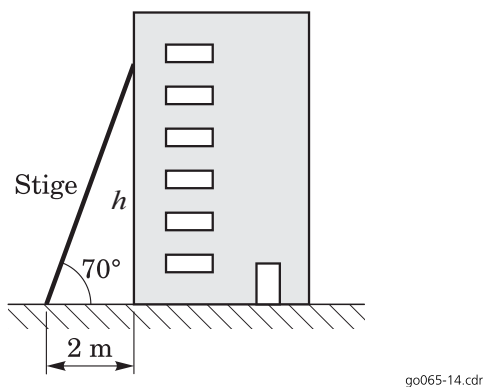
42. $a = 25,1 \text{ mm}$, $b = 12,3 \text{ mm}$ og $C = 90^\circ$.

Find vinklerne A og B og siden c.

43. $B = 37,2^\circ$, $C = 90^\circ$ og $c = 182 \text{ mm}$.

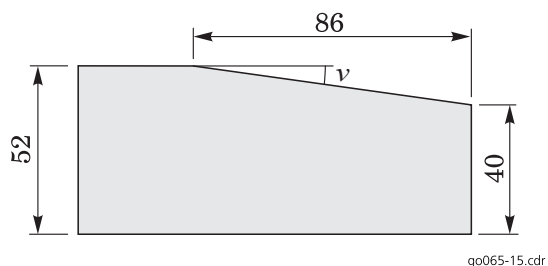
Beregn trekantens areal.

44.



Hvor højt (h) når stigen op?

45.

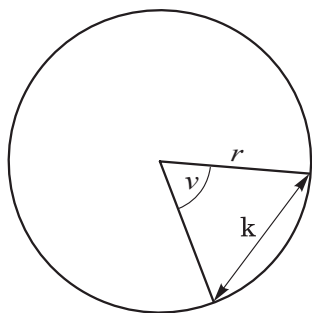


Enden af et stykke firkantstål bankes ud som vist på tegningen.

Mål i mm.

Beregn vinklen (v).

46.



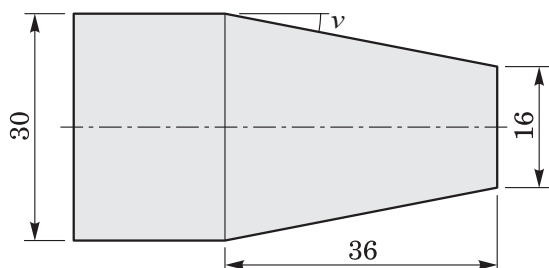
go065-16.cdr

I forbindelse med udskæringen af et stykke plade til en røghat ønskes korden (k) bestemt.

Beregn længden af korden, når

$r = 180 \text{ mm}$ og $v = 46^\circ$

47.

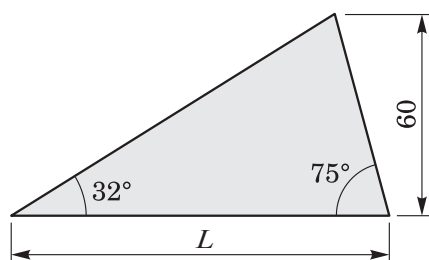


go065-17.cdr

Enden af en aksel er udformet, som vist på tegningen.

Beregn vinkel v .

48.



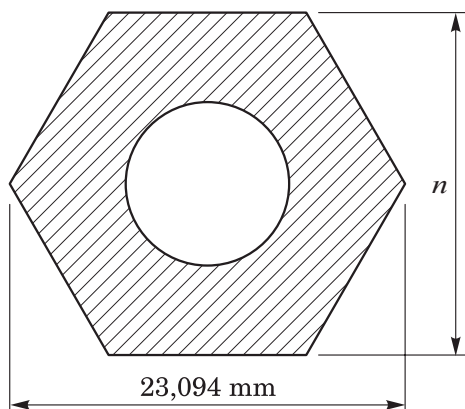
go065-18.cdr

Beregn længden L .

Bestem længden af de manglende sider.

Mål i mm.

49.

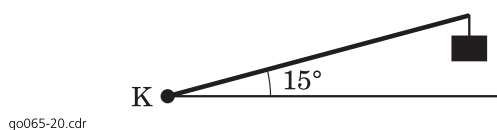


go065-19.cdr

Tegningen viser en møtrik.

Beregn nøglevidden n .

50.



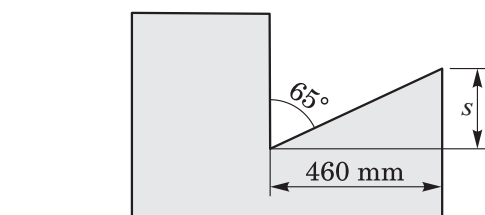
go065-20.cdr

En kran fremstilles, så den er i stand til at udføre arbejde i et vinkelinterval mellem 15° og 80° .

Længden på kranens arm er 14 m.

Beregn den korteste og længste vandrette afstand fra kranen (K), hvor kranens arm er i stand til at virke.

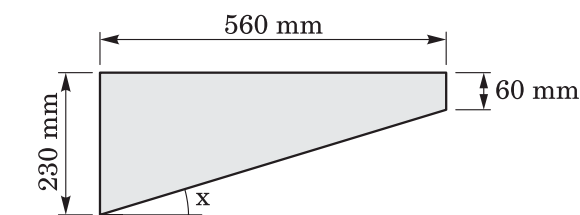
51.



go065-21.cdr

Beregn længden af s på skitsen.

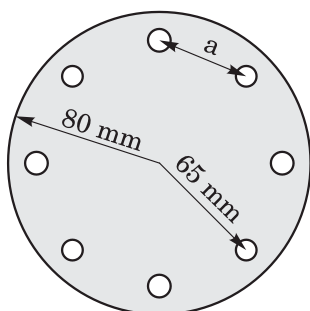
52.



go065-22.cdr

Beregn vinklen x .

53.



go065-23.cdr

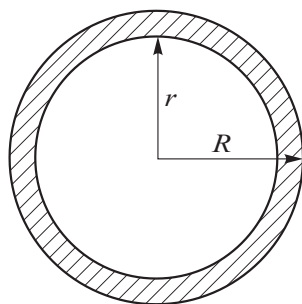
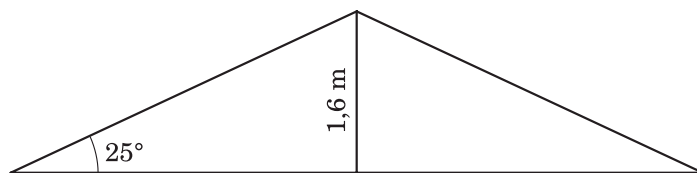
I en flange bores 8 huller ($\varnothing 12$ mm).

Der er lige stor afstand mellem hullerne.

a. Beregn den lige afstand a mellem to hullers centrum.

b. Konstruer flangen i naturlig størrelse.

54.

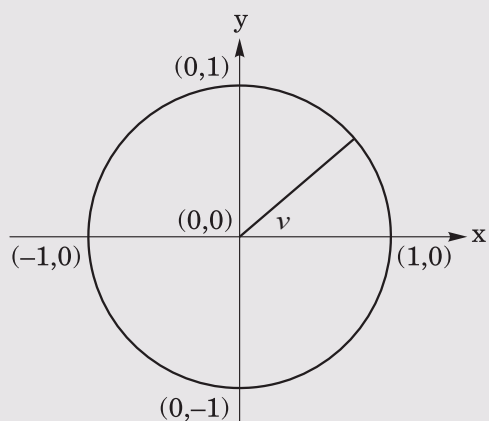


go065-24.cdr

Et spær skal fremstilles i jernrør.

- Hvor mange meter rør skal der bruges i alt?
- Beregn arealet af det skraverede område. $R = 20$ mm og $r = 17$ mm.
- Beregn rørets samlede masse (helt antal gram).

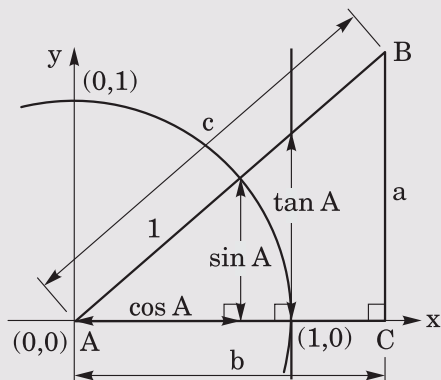
Enhedscirklen



go065-25.cdr

I et koordinatsystem med centrum i (0,0) og en radius på 1 tegnes en cirkel. Cirklen skærer akserne i punkterne (1,0), (0,1), (-1,0) og (0,-1).

Denne cirkel er en enhedscirkel.



go065-26.cdr

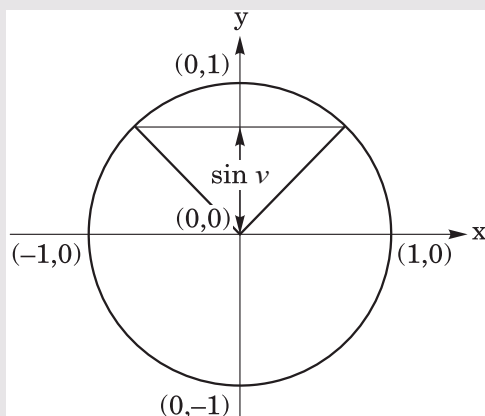
Tegningen viser 3 ensvinklede trekanter, som kan anvendes til opstilling af følgende forhold:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{1}{c} \Rightarrow \sin A = \frac{a}{c} = \frac{\text{modstående side}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\frac{\cos A}{b} = \frac{1}{c} \Rightarrow \cos A = \frac{b}{c} = \frac{\text{hosliggende side}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\frac{\tan A}{a} = \frac{1}{b} \Rightarrow \tan A = \frac{a}{b} = \frac{\text{modstående side}}{\text{hosliggende side}}$$

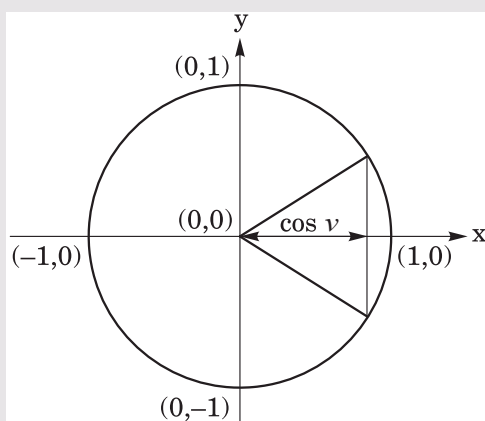
Sinus



Vi afsætter en vilkårlig vinkel v .
Vi kan finde talværdien til sinus v ved at måle direkte på y-aksen.
På tegningen ses det, at der kan være 2 vinkler til 1 sinusværdi.

go065-27a.cdr

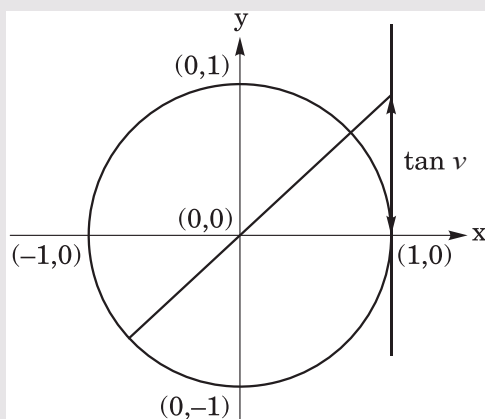
Cosinus



Vi afsætter en vilkårlig vinkel v .
Vi kan finde talværdien til cosinus v ved at måle direkte på x-aksen.
På tegningen ses det, at der kan være 2 vinkler til 1 cosinusværdi.

go065-27b.cdr

Tangens



Vi afsætter en vilkårlig vinkel v .
I punktet $(1,0)$ laves en tangent til enheds-cirklen.
Længden af linjestykket fra $(1,0)$ og til vinklens skæring med tangenten defineres som tangens v .
Vi kan finde talværdien til tangens v ved at måle direkte på tangenten fra $(1,0)$ og til skæring med vinklen.
På tegningen ses det, at der kan være 2 vinkler til 1 tangensværdi.

go065-27c.cdr