



---

## Matematik F

Tal- og symbolbehandling -  
Funktioner

# Forord

Redaktør Hagen Jørgensen  
År 2004  
Best. nr.

### Erhvervsskolernes Forlag

Munkehatten 28  
5220 Odense SØ  
Telefon 63 15 17 00  
Telefax 63 15 17 33  
E-mail ef@ef.dk  
Internet www.ef.dk

### Copyright

Enhver mangfoldiggørelse af tekst eller illustrationer er forbudt i henhold til Lov om ophavsret. Forbudet gælder alle former for mangfoldiggørelse ved trykning, fotografering og elektronisk databehandling.

### Kontakt os!

For at kunne forbedre kommende udgaver vil vi meget gerne modtage kommentarer til bogen. Denne opfordring gælder alle brugere, lærere såvel som elever.



### Undervisningsbanken

Denne bog er produceret ved hjælp af Erhvervsskolernes Forlags Undervisningsbank som findes på Internettet [www.e-books.dk](http://www.e-books.dk). I denne vidensdatabase ligger mere end 8.000 kapitler som kan sammensættes helt frit til bøger. Således kan en lærer nu blive redaktør og danne sit eget målrettede undervisningsmateriale.

---

# Indhold

Hele tal og decimaltal	1
Brøker	7
Procent	15
Ligninger	23
Massefylde	31
Kalkulation	33
Koordinatsystemet	39
Ret linie	41
To ligninger med to ubekendte	47
Emneopgave	51
Facitliste	53



# Hele tal og decimaltal

2	3	6	4	6	4	5	,	3	4	5	9	7	2
Millioner	Hundrede tusinder	Ti tusinder	Tusinder	Hundreder	Tiere	Enere		Tiendedele	Hundrededele	Tusindedele	Titusindedele	Hundredetusindedele	Milliontedele

## Sammenlægning og fratrækning

Når tal lægges sammen eller trækkes fra hinanden, stilles de under hinanden.

*Enere* stilles under *enere*, og *tiere* under *tiere* osv.

Decimaltal stilles op med *kommaerne* under hinanden.

### Eksempel

$$\begin{array}{r} 2349 \\ + 137 \\ \hline \underline{2486} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 216,141 \\ + 118,170 \\ \hline \underline{\underline{334,311}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2382 \\ - 137 \\ \hline \underline{\underline{2245}} \end{array}$$

### Opgaver

1. Udregn følgende:

a.  $56 + 89$

b.  $123 + 457$

c.  $2.346 + 2.468$

d.  $660.770 + 999$

e.  $687 - 79$

f.  $3.033 - 645$

g.  $1.934 - 1.866$

h.  $60.000 - 23.456$

i.  $40,67 + 33,33$

j.  $9,876 - 2,976$

k.  $400 - 376,75$

l.  $456,78 - 367,89$

2. En smed har følgende udgifter:

Materialer 32.782,50 kr.

Kørsel 966,00 kr.

Arbejds løn 12.086,50 kr.

a. Beregn smedens udgifter i alt.

Ovenstående indbringer 58.940,00 kr. ved salg.

b. Beregn smedens fortjeneste.

## Gange og division

Når tal ganges eller divideres med andre tal stilles de op efter hinanden.

*Eksempel*

a.  $4 \cdot 7 = 28$

d.  $12 : 3 = 4$

b.  $7 \cdot 4 = 28$

e.  $15,3 : 3 = 5,1$

c.  $\begin{array}{r} 43 \cdot 24 = \\ 172 \\ \underline{860} \\ \underline{1032} \end{array}$

f.  $\begin{array}{r} 168 : 14 = \underline{12} \\ \underline{14} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$

### Opgaver

3. Udregn følgende:

a.  $6 \cdot 8$

b.  $25 \cdot 6$

c.  $36 \cdot 25$

d.  $144 \cdot 36$

e.  $36 : 12$

f.  $169 : 13$

g.  $6.888 : 56$

h.  $57.772 : 13$

i.  $1.118 : 43$

j.  $1.320 \cdot 22$

k.  $990 : 33$

l.  $53.328 : 6$

4. En smed får 118,00 kr. i timen.

Hvor meget tjener han på 37 timer?

5. En smedelærling får udbetalt 992,00 kr. for 16 timers arbejde.

Hvor stor er hans timeløn?

6. En elev betaler 38.400,00 kr. i husleje om året. Han får udbetalt 6.808,00 kr. pr. måned.

a. Hvad er hans månedlige husleje?

b. Hvor stort et beløb har han til de øvrige udgifter pr. måned, når han har betalt husleje?

## Decimaltal

Gange med decimaltal.

Hvis et tal med 2 decimaler ganges med et tal med 1 decimal, får facit 3 decimaler osv.

$$\begin{array}{r}
 \phantom{18,73} \cdot 16,2 \\
 \hline
 3746 \\
 112380 \\
 \hline
 187300 \\
 \hline
 \underline{\underline{303,426}}
 \end{array}$$

2 decimaler  
 1 decimal  
 3 decimaler

### Opgaver

7. Udregn følgende:

a.  $2,25 \cdot 3,3$

b.  $4,75 \cdot 2,25$

c.  $7,425 \cdot 3,3$

d.  $23,1 \cdot 6,755$

e.  $24,5025 \cdot 5,5$

f.  $3,333 \cdot 4,444$

Dividere med decimaltal.

$$\begin{array}{r}
 84 : 14 = 6 \\
 84 \\
 \hline
 84 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

14 går et helt antal gange op i 84, så facit bliver et *helt tal*.

$$\begin{array}{r}
 39 : 12 = 3,25 \\
 \underline{36} \\
 30 \\
 \underline{24} \\
 60 \\
 \underline{60} \\
 0
 \end{array}$$

12 går ikke et helt antal gange op i 39, så facit bliver et *decimaltal*.

8. Udregn følgende:

a.  $45 : 12$

b.  $107,7 : 15$

c.  $21,861 : 7$

d.  $57,8 : 17$

e.  $42 : 5$

f.  $39 : 6$

g.  $15,9 : 3$

h.  $650 : 1,3$

i.  $25,62 : 4,2$

9.  $3,6 \text{ m}^2$  plade koster 153,00 kr. Hvad koster  $1 \text{ m}^2$ ?

10. Et rør på 6 m skal deles i 8 lige store stykker. Hvor stort bliver hvert stykke?

## Afrunding

Afrunding med decimaltal.

### Eksempel 1

1,6725 afrundes til 2 decimaler



Hvis 3. decimal er 4 *eller mindre* rundes der ikke op.

Svar: 1,67

### Eksempel 2

1,6763 afrundes til 2 decimaler



Hvis 3. decimal er 5 *eller mere* rundes der op.

Svar: 1,68

### Opgaver

11. Afrund følgende decimaltal (2 decimaler):

- |             |           |           |
|-------------|-----------|-----------|
| a. 2,444444 | b. 2,4454 | c. 33,887 |
| d. 1,5555   | e. 26,779 | f. 0,2345 |
| g. 9,8854   | h. 22,224 | i. 19,999 |

12. Afrund følgende decimaltal (4 decimaler):

- |             |             |               |
|-------------|-------------|---------------|
| a. 1,675328 | b. 6,111153 | c. 66,6666666 |
| d. 0,00004  | e. 0,888848 | f. 99,99995   |

13. Længden af 3 stk. rundstål måles med skydelære.

Stykke 1 måler 31,48 mm

Stykke 2 måler 22,94 mm

Stykke 3 måler 43,24 mm

- Hvor lange er stykkerne tilsammen (1 decimal)?
- Hvor lange er stykkerne tilsammen (2 decimal)?
- Hvor lange er stykkerne tilsammen (3 decimal)?

Stykke 1 deles i 3 lige store stykker. Ved *hver* deling går 1 mm til spilde.

- Hvor lange bliver de enkelte stykker efter delingen (2 decimaler)?



## Regneregler

Sammensætning af de 4 regnearter.

Regel 1: Parenteser udregnes først.

*Eksempel 1*  $(2 + 9) \cdot 2 = 11 \cdot 2 = 22$

*Eksempel 2*  $(4 + 2) \cdot (12 - 9) = 6 \cdot 3 = 18$

Regel 2: Gange og division udføres, før der lægges sammen og trækkes fra.

*Eksempel 3*  $2 + 9 \cdot 2 = 2 + 18 = 20$

*Eksempel 4*  $4 + 2 \cdot 6 - 3 = 4 + 12 - 3 = 13$

### Opgaver

14. Udregn følgende:

a.  $3 \cdot (12 + 8)$

b.  $(3 \cdot 12) + 8$

c.  $2 \cdot 9 : 2 + 4$

d.  $(2 \cdot 9) : (2 + 4)$

e.  $2 \cdot (9 : 2) + 4$

f.  $17 + 3 : 2$

g.  $(17 + 3) : 2$

h.  $(32 : 8) \cdot 4 : 2$

i.  $5 \cdot (4 + 3) \cdot 2$

j.  $(5 \cdot 4) + (3 \cdot 2)$

k.  $((5 \cdot 4) + 3) \cdot 2$

l.  $5 \cdot (4 + (3 \cdot 2))$

15. Udregn følgende:

$$((3 : 2) \cdot 8) + (3,5 \cdot 4) - ((5 \cdot 2 \cdot 0,5) \cdot 4) - (40 \cdot (10 : 100)) + 143 : 13$$

16. Udregn følgende:

a.  $3 \cdot 12 - 561 : 17 + 9,594 : 78 - 1.119.888 : 8.888$

b.  $6 + 2 \cdot (3 - 5) - 12 + 26,66 : 1,333$

c.  $(15 - 5) - 16$

d.  $(15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15) : (10.462,5 : 3,1)$

e.  $3 \cdot 618 : (4.078,8 : 6,6)$

## Paranteser

**+ Parenteser** kan fjernes, uden at der sker ændringer.

*Eksempel*  $6 + (8 - 2) = 6 + 8 - 2 = 12$

**- Parenteser** kan fjernes, når man ændrer *alle fortegn i parentes*.

*Eksempel*  $18 - (6 + 8) = 18 - 6 - 8 = 4$

**• Parenteser** kan fjernes, når man *ganger alle led i parentes* med tallet udenfor.

*Eksempel*  $\underline{3} \cdot (6 + 8) = \underline{3} \cdot 6 + \underline{3} \cdot 8 = 42$

Man kan også udregne parenteser først og gange bagefter.

*Eksempel*  $\underline{3} \cdot (6 + 8) = \underline{3} \cdot 14 = 42$

### Opgaver

17. Udregn følgende:

a.  $6 + (3 + 19 + 8 - 31)$

b.  $41 + (52 - 13)$

c.  $27 + (148 - 111) - 60$

d.  $37 - (19 + 7 + 9)$

e.  $-13 - (17 - 41 + 5)$

f.  $-517 - (33 - 625 + 72)$

g.  $17 - (19 - 7 + 13)$

h.  $+117 - (33 + 72)$

i.  $-76 - (218 - 77 - 86 - 916)$

j.  $-133 - (-135 - 2)$

18. Udregn følgende:

a.  $4 \cdot (3 + 7)$

b.  $17 + (36 : 12) - (36 : 2)$

c.  $39 - 3 \cdot (48 : 4)$

d.  $7 \cdot (13 - 7) + (17 - 9) - 48$

e.  $42 \cdot (19 - 17) - 8 \cdot (70 : 7)$

f.  $5 \cdot (66 \cdot 2 - 120 - 6)$

□

# Brøker

## Ægte og uægte brøker samt blandede tal

Brøktal, eksempelvis  $(\frac{1}{4})$ , udtrykker ligesom decimaltal (0,25) en vis del af en helhed.

Kendskabet til brøktal og principperne for regning med disse er en forudsætning for forståelse af regning med procenttal samt visse opgavetyper i matematik.

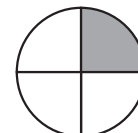
*Huskeregul*  $\frac{\text{Tæller}}{\text{Nævner}} = \frac{\text{Tæller tæller}}{\text{Nævner nederst}}$

## Ægte brøker

En ægte brøk er en brøk, hvor nævneren er større end tælleren.

*Eksempel*  $\frac{1}{4}$   $\frac{2}{5}$   $\frac{7}{9}$

Se brøken  $\frac{1}{4}$ , nævneren angiver brøkens navn (fjerdedele), og tælleren angiver antallet af brøkdele (1), vi skal medtage.

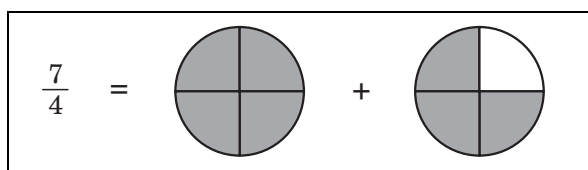


## Uægte brøk

En uægte brøk er en brøk, hvor tælleren er lige så stor eller større end nævneren.

*Eksempel*  $\frac{5}{5}$   $\frac{17}{6}$   $\frac{7}{4}$

Se brøken  $\frac{7}{4}$



## Blandet tal

Et blandet tal består af et helt tal og en brøk.

*Eksempel*  $1\frac{1}{2}$     $3\frac{2}{3}$     $14\frac{1}{6}$

Når uægte brøker laves om til blandet tal, udføres den division, brøkstregen angiver.

*Eksempel*  $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$

Blandet tal kan skrives som uægte brøker.

*Eksempel*

$$1\frac{3}{4} = \text{cirkel med 3 af 4 dele udfyldt} + \text{cirkel med 1 af 4 dele udfyldt} = \frac{7}{4}$$

### Opgaver

1. Omskriv til blandet tal.

a.  $\frac{10}{6}$

b.  $\frac{17}{5}$

c.  $\frac{22}{4}$

d.  $\frac{240}{9}$

e.  $\frac{65}{15}$

f.  $\frac{85}{12}$

g.  $\frac{4}{3}$

h.  $\frac{216}{60}$

2. Omskriv blandet tal til uægte brøk.

a.  $3\frac{5}{8}$

b.  $7\frac{2}{6}$

c.  $8\frac{3}{4}$

d.  $2\frac{1}{2}$

e.  $14\frac{11}{12}$

f.  $55\frac{2}{3}$

g.  $66\frac{15}{17}$

h.  $216\frac{7}{8}$

## Decimalbrøk/tal

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

$$0,4 = \frac{4}{10} \text{ da første tal efter komma er tiendedele.}$$

$$0,04 = \frac{4}{100} \text{ da andet tal efter komma er hundredele.}$$

### Opgaver

3. Omsæt decimaltallene til brøker.

- a. 0,2                      b. 0,07                      c. 0,17  
d. 1,3                      e. 23,125

4. Omsæt brøktallene til decimaltal.

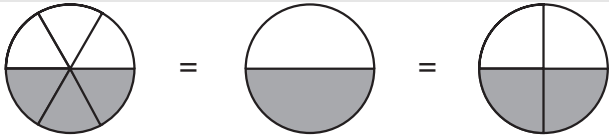
- a.  $\frac{7}{10}$               b.  $\frac{1}{4}$               c.  $\frac{2}{5}$               d.  $7\frac{9}{10}$               e.  $\frac{8}{1.000}$

5. Se de 2 foregående opgaver.

Hvilke opgaver kan skrives som uægte brøk?

## At forlænge og forkorte brøker

Mange brøktal har samme værdi.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \text{[diagram]} = \text{[diagram]} = \text{[diagram]}$$


Forskellen på de 3 brøker er, at tæller og nævner er delt eller ganget med det samme tal.

Dette ændrer ikke brøkens værdi.

At dele tæller og nævner med samme tal kaldes at forkorte brøker.

*Eksempel*  $\frac{6}{8} = \frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$

At gange tæller og nævner med samme tal kaldes at forlænge brøker.

*Eksempel*  $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$

### Opgaver

6. Forkort følgende brøker med 3.

a.  $\frac{9}{12}$                       b.  $\frac{24}{30}$                       c.  $\frac{21}{27}$                       d.  $\frac{3}{6}$

7. Forlæng følgende brøker med 2.

a.  $\frac{1}{4}$                       b.  $\frac{7}{12}$                       c.  $\frac{3}{5}$                       d.  $\frac{8}{15}$

8. Forkort følgende brøker mest muligt.

a.  $\frac{15}{45}$                       b.  $\frac{10}{16}$                       c.  $\frac{6}{18}$                       d.  $\frac{75}{625}$

9. Forlæng følgende brøker, så de får nævneren 30.

a.  $\frac{2}{6}$                       b.  $\frac{6}{10}$                       c.  $\frac{1}{2}$                       d.  $\frac{1}{5}$

10. Forkort følgende brøker mest muligt, og omsæt dem derefter til blandede tal.

a.  $\frac{46}{16}$                       b.  $\frac{99}{45}$                       c.  $\frac{45}{9}$                       d.  $\frac{34}{8}$

11. Forlæng følgende brøker, således at de opnår samme nævner.

a.  $\frac{2}{3}$                       b.  $\frac{1}{3}$                       c.  $\frac{7}{15}$                       d.  $\frac{3}{5}$

## Primtal og primfaktoropløsning

Primtal er de hele positive tal større end 1, som kun er delelige med sig selv og med tallet 1.

Der findes endnu ikke en regel, hvorefter man kan afgøre, om et vilkårligt tal er et primtal eller ej.

Et helt tal, som ikke er et primtal, kaldes et sammensat tal. Som eksempel på sammensatte tal kan nævnes: 4, 6, 9, 10.

Primtallene under 50 er: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.

(Se desuden tabellen bag i bogen).

Det hidtil største kendte primtal er  $2^{2281}-1$  (et tal med 687 cifre).

### Primfaktorer

At opløse et helt positivt tal i primfaktorer vil sige at skrive det som et produkt af primtal.

*Eksempel* 18 opløses i  $2 \cdot 3 \cdot 3$

Nedenstående opstilling kan bruges, når et tal skal opløses i primfaktorer.

Man dividerer om muligt først med 2, derefter 3, 5, 7.... osv. gennem rækken af primtal til divisionen er sluttet.

	18
2	9
3	3
3	1

	351
3	117
3	39
3	13
13	1

Opløsning i primfaktorer kan bruges til at forkorte brøker og finde fællesnævner.

### Opgaver

12. Opløs i primfaktorer.

- |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| a. 20  | b. 10  | c. 84  | d. 721 |
| e. 156 | f. 216 | g. 625 | h. 627 |

Brug af primfaktorer til forkortning af brøker.

*Eksempel*  $\frac{16}{20} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{4}{5}$

13. Forkort følgende brøker mest muligt.

a.  $\frac{156}{420}$       b.  $\frac{910}{1.736}$       c.  $\frac{45}{99}$       d.  $\frac{595}{665}$

14. Omskriv til blandet tal, og forkort dernæst mest muligt.

a.  $\frac{693}{105}$       b.  $\frac{77}{14}$       c.  $\frac{512}{56}$       d.  $\frac{1.736}{156}$

## Addition (plus) og subtraktion (minus)

Addition og subtraktion med brøker kan kun ske, når brøkerne er ensbenævnte.

*Eksempel*  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$

### Opgaver

15. Addér (sammentræk) følgende brøker.

a.  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$       b.  $\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$       c.  $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} + \frac{4}{9}$   
 d.  $\frac{3}{8} + \frac{3}{6} + \frac{3}{4}$       e.  $\frac{5}{7} + \frac{4}{7} + \frac{12}{14}$       f.  $\frac{22}{25} + \frac{73}{75}$

16. Addér (sammentræk) følgende blandede tal.

a.  $2\frac{3}{4} + 4\frac{1}{5} + 1\frac{1}{2}$       b.  $2\frac{5}{8} + 15\frac{1}{6} + 1\frac{7}{12}$   
 c.  $5\frac{3}{8} + 2\frac{11}{14} + 14\frac{2}{7}$       d.  $4\frac{7}{16} + 3\frac{5}{12} + 7\frac{5}{8}$

17. Subtraher følgende brøker.

a.  $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$       b.  $7\frac{11}{12} - 3\frac{1}{3}$       c.  $5\frac{1}{8} - \frac{1}{3}$   
 d.  $19\frac{45}{65} - \frac{17}{20}$       e.  $15\frac{2}{3} - 0,55$       f.  $24,35 - \frac{7}{12}$



## Multiplikation (gange)

Man ganger en brøk med en anden brøk ved at gange tæller med tæller og nævner med nævner.

*Eksempel*  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$

### Opgaver

18. Gang følgende brøker med hinanden.

a.  $\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5}$

b.  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

c.  $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}$

d.  $\frac{18}{25} \cdot \frac{5}{9}$

e.  $15\frac{2}{3} \cdot \frac{30}{94}$

f.  $8\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3}$

19. Gang følgende brøker med det hele tal, og skriv det hele tal som brøk.

a.  $7 \cdot \frac{3}{4}$

b.  $3 \cdot \frac{16}{21}$

c.  $\frac{6}{28} \cdot 14$

20. Udregn og reducer følgende brøkstykker.

a.  $14\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$

b.  $\frac{124}{125} \cdot 4\frac{1}{6}$

c.  $\frac{6}{8} \cdot 0,5$

d.  $35\frac{5}{7} \cdot \frac{11}{12}$

e.  $13,125 \cdot \frac{7}{11}$

f.  $\frac{12}{65} \cdot 14,4$

## Multiplikation (gange)

Man dividerer en brøk med en anden brøk ved at gange med den omvendte.  
Man vender altså den bageste brøk om.

*Eksempel*  $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$

### Opgaver

21. Divider følgende brøker, og forkort mest muligt.

a.  $\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$

b.  $\frac{15}{16} : \frac{25}{32}$

c.  $\frac{125}{144} : \frac{75}{80}$

d.  $3\frac{7}{12} : \frac{2}{3}$

e.  $7\frac{5}{6} : 3$

f.  $9\frac{3}{7} : \frac{15}{49}$

22. Gang følgende brøker med det hele tal, og skriv det hele tal som brøk.

a.  $\frac{17}{24} + \frac{3}{16} + \frac{5}{6}$

b.  $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

c.  $5\frac{12}{25} \cdot \frac{5}{12}$

d.  $14\frac{17}{20} + (\frac{9}{10} - \frac{7}{8})$

e.  $2\frac{7}{10} + \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} - 4\frac{1}{2} : 2$

f.  $11\frac{7}{11} \cdot 4\frac{1}{3} - (22\frac{15}{16} - 8\frac{7}{12})$

g.  $(\frac{4}{5} + \frac{45}{52} + \frac{1}{2}) - 3\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$

h.  $3 \cdot \frac{7}{12} - 4\frac{2}{3} - 14 : \frac{2}{3}$

i.  $27\frac{5}{8} \cdot (14\frac{11}{12} + 7\frac{1}{6} \cdot 3\frac{1}{2})$

□

# Procent

Procent betyder »pr. hundrede« eller »hundrededele«.

*Eksempel*  $60\% = \frac{60}{100} = 0,60$

## Procent til decimaltal

Procent til decimaltal.

*Eksempel*  $20\% = 0,20$  og  $3\% = 0,03$  og  $125\% = 1,25$

### Opgaver

1. Omskriv følgende procenter til decimaltal:

34%	99%	4%	25%	100%	234%	400%
12%	1%	1,25%	26,78%	4,567%	122,17%	1.000%

## Procentdel

Udregning af procentdelen:

*Eksempel*  $18\%$  af 400 kr. =  $400 \text{ kr.} \cdot \frac{18}{100} = 400 \text{ kr.} \cdot 0,18 = 72 \text{ kr.}$

2. Udregn følgende:

25% af 200 kr.	50% af 30 kr.	17% af 350 kr.
0,2% af 40 kr.	117% af 880 kr.	2,25% af 88 kr.

3. Af en løn på 6.500,00 kr. skal betales 48% i skat.

Hvor mange kroner skal der betales i skat?

Hvor stort et beløb er tilbage, når skatten er betalt?

4. På en maskine til 445,00 kr. skal der betales 25% moms.

Hvor stort bliver momsbeløbet?

## Procentforhøjelse

Hvad skal man gange et tal med, for at det bliver 25% større?

$$\text{Selve tallet svarer til: } 100\% = \frac{100}{100} = 1,00$$

$$\text{Forhøjelsen: } 25\% = \frac{25}{100} = 0,25$$

$$\text{Tallet + forhøjelsen: } 125\% = \frac{125}{100} = \underline{1,25}$$

Hvis et tal ganges med 1,25, gøres tallet 25% større.

### Opgaver

5. Hvad skal der ganges med, hvis der skal forhøjes med:

12%	33%	3%	50%	100%	14,5%
75%	1,5%	0,5%	1.000%	90%	10%

6. En maskine koster 2.056,00 kr.

Hvad kommer maskinen til at koste efter en prisforhøjelse på 7%

7. På grund af valutasingninger kommer en vare til at stige 3 gange på et år.

Varens oprindelige pris var 8.845,00 kr.

Første stigning er på 3%, den anden 5% og den tredje 4,5%.

a. Hvad bliver varens pris efter 1. prisstigning?

b. Efter 2. stigning?

c. Efter 3. stigning?

8. Følgende priser er uden afgift:

a. 225,00 kr.	b. 4.567,00 kr.	c. 3,65 kr.	d. 6.657,50 kr.
e. 17,85 kr.	f. 0,75 kr.	g. 2.002,00 kr.	h. 55,55 kr.

Udregn priserne efter en afgiftsforhøjelse på 25%.

9. Ved en overenskomstforhandling aftales følgende:

Efter 1 år stiger timelønnen med 1,2% og efter yderligere et år med 2,5%.

Den oprindelige timeløn var 118,60 kr.

a. Hvad bliver timelønnen efter 1. forhøjelse?

b. Hvad bliver timelønnen efter 2. forhøjelse?

c. Hvis du tager den oprindelige timeløn og forhøjer den med 3,7% (1,2% + 2,5%), kommer du så frem til samme tal som i spørgsmål »b«?

Hvorfor/hvorfor ikke?

## Procentformindskelse

Hvad skal man gange et tal med, for at det bliver 25% mindre?

$$\text{Selve tallet svarer til: } 100\% = \frac{100}{100} = 1,00$$

$$\text{Formindskelsen: } 25\% = \frac{25}{100} = 0,25$$

$$\text{Tallet + Formindskelsen: } 125\% = \frac{75}{100} = \underline{0,75}$$

Hvis et tal ganges med 0,75, gøres tallet 25% mindre.

### Opgaver

10. Hvad skal der ganges med, hvis der skal formindskes med:

12%	33%	3%	50%	2,6%
75%	1,5%	0,5%	0,25%	0,25%

11. I forbindelse med et ophørsudsalg i et byggemarked nedsættes alle priser med 35%.

Her er en liste over de oprindelige priser på enkelte varer:

Boremaskine:	990,00 kr.
Borsæt:	158,00 kr.
Skiftenøgle:	210,00 kr.
Lille el-svejseværk:	4.450,00 kr.
Vinkelsliber:	1.150,00 kr.

- a. Udregn priserne på de enkelte varer efter prisnedsættelsen.
- b. Hvad bliver den samlede pris for ovenstående varer på udsalg?

12. Fra 1983 til 1984 faldt antallet af arbejdsløse med 2,47%.

I 1983 var antallet af arbejdsløse 283.000.

Hvor stort var antallet af arbejdsløse i 1984?

13. I 1991 var 750.534 mænd medlem af en fagforening under LO.

Fra 1991 til 1992 faldt antallet af medlemmer med 1,29%.

Hvor mange mænd var i 1992 medlem af en fagforening under LO?

14. I 1991 importerede Danmark varer for 206.798.000.000,00 kr.

Fra 1991 til 1992 faldt importen med 1,835%.

Hvor mange kr. importerede Danmark varer for i 1992?

## Beregning af helheden

Hvis en procentdel af et tal kendes, kan hele tallet findes.

*Eksempel* 32% af et parti varer udgør 640 stk.  
Hvor stort er hele varepartiet?

$$\begin{aligned} 32\% \text{ udgør:} & & & = 640 \text{ stk.} \\ 1\% \text{ udgør:} & 640 \text{ stk.} : 32 & = 20 \text{ stk.} \\ 100\% \text{ udgør:} & 20 \text{ stk.} \cdot 100 & = 2.000 \text{ stk.} \end{aligned}$$

### Opgaver

15. Find hele beløbet (100%), hvis,
- a. 15% = 150,00 kr.      b. 2% = 1.880,00 kr.      c. 98% = 588,00 kr.  
d. 0,5% = 400,00 kr.      e. 0,02% = 420,00 kr.      f. 150% = 3.000,00 kr.
16. En lærling får udbetalt 56% af sin løn (efter skat). Beløbet udgør 4.144,00 kr.  
Beregn lærlingens bruttoløn.
17. 12% af en sending metal til genbrug består af kobber.  
Kobberets masse udgør 66 kg.  
Hvor stor masse havde hele sendingen?
18. En smedevirksomhed brugte et år 32 pakker svejseelektroder.  
De brugte pakker udgjorde 40% af lageret.  
Hvor mange pakker lå på lager ved årets start?
19. Af en virksomheds årsregnskab fremgår det, at 8% af virksomhedens samlede udgifter går til el. Elregningen lyder på 256.000,00 kr.  
Hvor stor er virksomhedens samlede udgifter det år?
20. En smedelærling fremstiller på en uge 124 beslag.  
De 124 beslag udgør 80% af en ordre.  
Hvor mange beslag mangler lærlingen at fremstille?
21. På en virksomhed er 12,5% (27 personer) af alle ansatte deltidsbeskæftigede.  
Hvor mange personer på virksomheden er fuldtidsbeskæftigede?

## Beregning af procenttal

*Eksempel* Hvor stor en procentdel udgør 34 af 85?

$$\frac{34}{85} = 0,40 = \frac{40}{100} = 40\%$$

### Opgaver

22. Hvor stor en procentdel udgør:

- a. 14 af 56      b. 18 af 360      c. 18 af 25      d. 31 af 248  
e. 23 af 184      f. 113 af 11.300      g. 0,6 af 24      h. 0,02 af 8

23. Af en plade på  $4,5 \text{ m}^2$  går de  $0,9 \text{ m}^2$  til spilde.  
Udregn spildprocenten.

24. Af en regning på 3.680,00 kr. giver en smed 320,00 kr. i rabat.  
Hvor mange procent udgør rabatten?

25. Af en løn på 7.400,00 betaler en smedelærling 1.702,00 kr. i afbetaling på et billån.  
Hvor mange procent udgør afbetalingen af lønnen?

26. En lærling skal fremstille 250 emner. På en uge når han at fremstille 155.  
Hvor stor en procentdel gjorde han færdig på denne uge?

27. En smedevirksomhed fremstiller 120 varmevekslere.  
De 3 overholder ikke standarden og må kasseres.  
Hvor mange procent kasseres?

28. På en stålkonstruktion til salgsprisen 6.098,00 kr. tjener fabrikken 1.829,40 kr.  
Hvor stor en procentdel udgør fortjenesten af salgsprisen?

29. På en virksomhed med 318 ansatte er de 29 en dag sygemeldte.  
Hvor stor en procentdel af de ansatte er denne dag på arbejde?

## Indekstal

Indekstal kan hjælpe os med at sammenligne priser fra én tidsperiode til en anden.

Det årstal, man tager som udgangspunkt, kaldes basis, og her sættes indekstallet til 100.

### Eksempel på prisudvikling

Årstal	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
Indekstal	100	108	122	136	144	150	155	162	170	174	179

En vare kostede i 1986 590,00 kr. Hvor meget vil varen koste i 1994?

Indekstal for 1986: 122

Indekstal for 1994: 179

Stigning: 57 point

Procentvis stigning:  $\frac{57 \cdot 100}{122} = 46,72\%$

Varen i 1994-pris: 590,00 kr. + 46,72% = 865,65 kr

Indekstal for maskiner og værktøj. (1980 = 100)

Årstal	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
Indekstal	125	135	144	151	156	162	169	177	184	190	194

Kilde: Statistisk tiårsoversigt 1993

### Opgaver

30. En maskine kostede i 1982 820.000,00 kr.

Hvor meget ville maskinen koste i:

a. 1987?                      b. 1992?

31. Hvor mange point ændrede prisen sig fra 1991 til 1992?

32. Et værktøj kostede i 1991 10.500,00 kr.

Hvad var prisen for værktøjet i 1992?

33. Indekstal for maskiner og værktøj.

a. Beregn den procentuelle stigning fra år til år (1982-1992).

b. Mellem hvilke 2 årstal forekommer den største procentuelle stigning?



Indekstal for maskiner og værktøj. (1968 = 100)

Årstal	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
<b>Indekstal for materialer</b>	351	390	425	462	492	510	525	555	590
<b>Indekstal for arbejds løn</b>	366	427	452	461	471	482	541	583	595

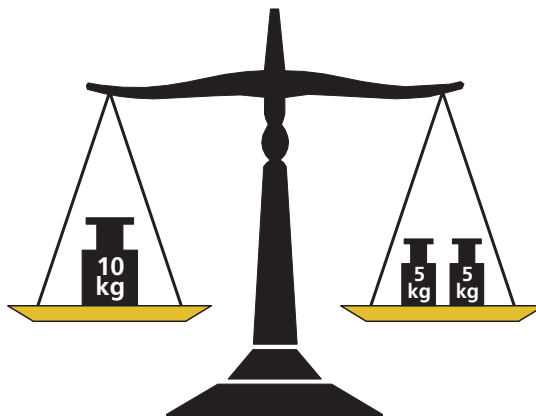
Kilde: Statistisk tiårsoversigt 1993

34. Byggeomkostningsindeks.
- Hvor mange point steg materialeomkostningerne fra 1986 til 1989?
  - Hvad svarer denne pointstigning til i procent?
  - Hvor stor var den procentvise stigning i arbejds lønnen i den samme periode?
35. I 1986 var opgjort følgende for et hus:  
Materialer: 225.000,00 kr.  
Arbejds løn: 345.000,00 kr.  
Hvor stor ville den samlede udgift til materialer og arbejds løn være i 1989?
36. I 1981 udgjorde arbejds lønnen på et hus 390.000,00 kr.  
Hvor meget ville arbejds lønnen være i 1989?
37. Se indekstallene for materialer for perioden 1984 til 1989.
- Mellem hvilke 2 årstal var pointstigningen størst?
  - Mellem hvilke 2 årstal var den procentvise stigning størst?
38. I 1968 tjente en faglært 32.000,00 kr. på et år.  
Hvad må vi regne med, at hans årsløn er steget til efter 20 år?
39. Et parti byggematerialer kostede i 1988 36.790,00 kr.  
Hvad ville de samme materialer koste i 1989?

□



# Ligninger



mx052-01.cdr

Et ligningssystem kan sammenlignes med en skålvægt i ligevægt. Vægten af lodderne på den ene vægtskål skal være lig med vægten af lodderne på den anden vægtskål.

## + og -

Du kan *lægge* det samme tal *til* eller *trække* det samme tal *fra* på begge sider af lighedstegnet.

### Eksempel 1

$$\begin{aligned} 10 &= 6 + 4 \\ 10 + 4 &= 6 + 4 + \underline{4} \\ 14 &= 14 \end{aligned}$$

### Eksempel 2

$$\begin{aligned} 10 &= 6 + 4 \\ 10 - 4 &= 6 + 4 - \underline{4} \\ 6 &= 6 \end{aligned}$$

Du kan *flytte et led* i en ligning fra den ene side af lighedstegnet til den anden ved at *ændre leddets fortegn*.

### Eksempel 3

$$\begin{aligned} 10 &= 6 + \underline{4} \\ 10 - \underline{4} &= 6 \\ 6 &= 6 \end{aligned}$$

### Eksempel 4

$$\begin{aligned} 10 - \underline{2} &= 8 \\ 10 &= 8 + \underline{2} \\ 10 &= 10 \end{aligned}$$

## • og :

Du kan *gange* eller *dividere* med det samme tal ( $\neq 0$ ) på begge sider af lighedstegnet.

*Eksempel 5*

$$\begin{aligned} 10 &= 6 + 4 \\ 10 \cdot 4 &= (6 + 4) \cdot \underline{4} \\ 40 &= 40 \end{aligned}$$

*Eksempel 6*

$$\begin{aligned} 10 &= 6 + 4 \\ 10 \div \underline{4} &= (6 + 4) \div \underline{4} \\ 2,5 &= 2,5 \end{aligned}$$

Du kan *flytte et led* i en ligning fra den ene side af lighedstegnet til den anden ved at *ændre leddets fortegn*.

*Eksempel 7*

$$\begin{aligned} \underline{3} \cdot 10 &= 30 \\ \uparrow & \quad \downarrow \\ 10 &= 30 \div \underline{3} \\ 10 &= 10 \end{aligned}$$

*Eksempel 8*

$$\begin{aligned} 5,1 \div \underline{3} &= 1,7 \\ \uparrow & \quad \downarrow \\ 5,1 &= 1,7 \cdot \underline{3} \\ 5,1 &= 5,1 \end{aligned}$$

## Opgaver

Find  $x$  i følgende opgaver (få  $x$  til at stå på den ene side af lighedstegnet og tallene på den anden).

1.  $4 \cdot x = 20$

2.  $5 \cdot x = 30$

3.  $3 \cdot x = 1,8$

4.  $44 \cdot x = 352$

5.  $1,9 \cdot x = 34,2$

6.  $0,3 \cdot x = 31,5$

7.  $0,5 \cdot x = 0,95$

8.  $0,02 \cdot x = 2$

$3 \cdot x = 3x$  Du behøver *ikke skrive gangetegnet* mellem tallet og  $x$ .

Find  $x$ .

9.  $6x = 114$

10.  $6,7x = 234,5$

11.  $17,7x = 708$

12.  $234,56x = 22.283,2$

## Ohms lov

$$U = I \cdot R$$

$U$  = Spændingsforskel (Volt, V)

$I$  = Strømstyrke (Ampere, A)

$R$  = Modstand (Ohm,  $\Omega$ )

Ved hjælp af ligningen  $U = I \cdot R$  skal du finde de ubekendte ( $U$ ,  $I$  eller  $R$ ):

13.  $U = 4 \text{ A} \cdot 55 \Omega$

14.  $U = 2,5 \text{ A} \cdot 4 \Omega$

15.  $220 \text{ V} = I \cdot 110 \Omega$

16.  $12 \text{ V} = I \cdot 124 \Omega$

17.  $12 \text{ V} = 0,4 \text{ A} \cdot R$

18.  $220 \text{ V} = 0,45 \text{ A} \cdot R$

19. Find  $U$ , når

a.  $I = 23 \text{ A}$  og  $R = 9,57 \Omega$

b.  $R = 40 \Omega$  og  $I = 0,3 \text{ A}$

20. Find  $I$ , når

a.  $U = 12 \text{ V}$  og  $R = 8 \Omega$

b.  $R = 806,67 \Omega$  og  $U = 220 \text{ V}$

21. Find  $R$ , når

a.  $U = 110 \text{ V}$  og  $I = 2,5 \text{ A}$

b.  $I = 4,55 \text{ A}$  og  $U = 220 \text{ V}$

## Vejstrækning og fart

$$v = \frac{S}{t}$$

$v$  = Fart (m/s)

$S$  = Strækning (m)

$t$  = Tid (s)

22. Find farten ( $v$ ) ved hjælp af fartformlen.

a. Strækning = 230 meter og tid = 45 sekunder

b.  $t = 0,5$  sekunder og  $S = 20$  meter

23. Lyd bevæger sig ca. 340 m/s.

En dag ser du en rambuk banke bundgarnspæle i.

Fra rambukken rammer pælen, og til lyden når dig, går der 3,5 sekunder.

Hvor langt er du fra rambukken?

24. Lys bevæger sig ca. 300.000.000 m/s.

Lys er 8,5 minutter om at nå solen til jorden.

Hvor langt er solen fra jorden?

## Cirkel og areal

$$\text{En cirkels omkreds (O): } O = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$\text{En cirkels areal (A): } A = \pi \cdot r^2$$

25. En cirkel har omkredsen  $(O) = 1,8 \text{ m}$ .

Beregn cirkelns radius  $(r)$ .

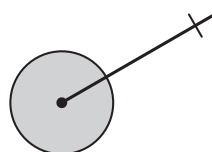
26. En cirkel har arealet  $(A) = 0,8 \text{ m}^2$ .

Beregn cirkelns radius  $(r)$ .

27. Et smedefirma skal fremstille et parti målehjul.

Hjulets omkreds skal være  $1.000 \text{ mm}$ .

Beregn hjulets radius (2 decimaler).



28. Verdens tykkeste træ (en mexikansk cypres-art) har en omkreds på  $35,8 \text{ m}$ .

Hvor stor er træets radius?

Hvor stort et areal dækker træstubben, hvis træet fældes?

29. Verdens højeste træ (Sequoia) er  $30,396$  gange højere end træets radius.

Hvor højt er træet, når dets omkreds er  $23 \text{ m}$ ?

30. Jordens omkreds ved ækvator er  $40.075.012 \text{ m}$ .

Beregn jordens radius  $(r)$ .

31. I forbindelse med fremstillingen af en mønt-sorteringsmaskine skal mønternes radier  $(r)$  bestemmes.

Fra Nationalbanken oplyses følgende omkredse  $(O)$ :

5 kr.:  $89,54 \text{ mm}$     10 kr.:  $73,26 \text{ mm}$     2 kr.:  $76,78 \text{ mm}$     1 kr.:  $63,585 \text{ mm}$

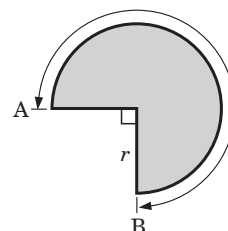
Beregn mønternes radier  $(r)$  med 2 decimaler.

(Kontrol: Mål efter med skydelære eller mikrometerskrue).

32. Et smedeværksted skal fremstille en del plader, som vist på tegningen.

Længden af buestykket fra A til B er  $2.356,20 \text{ mm}$ .

Beregn radius  $(r)$  med 2 decimaler.

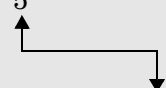


## Almene ligninger

Find  $x$  i følgende ligninger (få  $x$  til at stå alene på den ene side af lighedstegnet):

*Eksempel*  $\frac{x}{5} = 1,5$

$$\frac{x}{5} = 1,5$$



$$x = 1,5 \cdot 5$$

$$x = \underline{\underline{7,5}}$$

*Forklaring*  $\frac{x}{5}$  betyder  $x : 5$

: 5 flyttes over på højre side og bliver til  $\cdot 5$

33.  $\frac{x}{7} = 1,3$

34.  $\frac{x}{23} = 2,4$

35.  $\frac{x}{13} = 0,1$

36.  $\frac{x}{0,9} = 17$

37.  $\frac{x}{18,7} = 2,3$

38.  $\frac{x}{231} = 33,2$

39.  $\frac{x}{0,02} = 42$

40.  $\frac{x}{14,23} = 7$

41.  $\frac{x}{1.000} = 0,001$

42.  $\frac{x}{\pi} = 7$

Find tallet for  $x$  i følgende ligninger:

43.  $23 + x = 25$

44.  $0,5 + x = 2,5$

45.  $x - 17 = 3$

46.  $x - 29 = -24$

47.  $17x = 108,8$

48.  $2x + 4 = 8$

49.  $1,7x - 20 = 0,74$

50.  $3,7x - 17 = 3,35$

51.  $17,3x + 4,2 = 964,35$

52.  $233,3x + 37,8 = 129.519,3$

*Eksempel*  $\frac{2x}{6} - 2 = 2$

$$\frac{2x}{6} = 2 + 2$$

$$\frac{2x}{6} = 4$$

$$2x = 4 \cdot 6$$

$$x = 24$$

$$x = \underline{\underline{12}}$$

53.  $\frac{4x}{6} - 4 = 2$

54.  $\frac{7x}{4} - 3,5 = 2$

55.  $\frac{2,5x}{7} - 13 = 2$

56.  $\frac{21,2x}{0,2} + 3 = 321$

57.  $\frac{17,4x}{0,5} + 17 = 852,2$

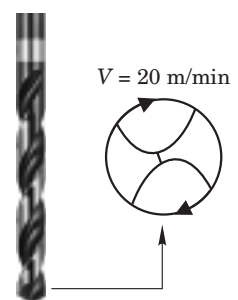
## Skærehastigheder

Til beregning af skærehastigheder bruges denne ligning:

$$v = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{1.000}$$

$v$  = Skærehastighed (m/min)  
 $d$  = Værktøjets diameter (mm)  
 $\pi = 3,1415927$   
 $n$  = Omdrejningstal for værktøjet (omdr./min)  
 1.000 : omregner mm til m (se skærehastighed)

58. Find skærehastigheden, når
- $d = 30$  mm og  $n = 800$  omdr./min
  - $d = 45$  mm og  $n = 600$  omdr./min
  - $d = 75$  mm og  $n = 120$  omdr./min
59. Kan du omskrive skærehastighedsligningen, så  $n$  kommer til at stå alene?
60. Find omdrejningstallet for værktøjet, når
- $v = 18$  m/min og  $d = 5,5$  mm
  - $v = 10$  m/min og  $d = 17,75$  mm
  - $v = 6$  m/min og  $d = 18$  mm
61. Til nogle boreopgaver får du at vide, at borenes periferi-hastigheder skal være 20 m/min, uanset hvilke bortykkelser du bruger.  
Beregn nu boremaskinens omdrejningstal for følgende bortykkelser:
- |          |          |          |
|----------|----------|----------|
| a. 10 mm | b. 11 mm | c. 12 mm |
| d. 16 mm | e. 18 mm | f. 20 mm |
62. Beregn omdrejningstallet for spindlen i en boremaskine, når du bruger et 13 mm bor, og skærehastigheden skal være 16 m/min.





## Øvelser i løsning af ligninger

63.  $4(2x + 3) = 20$

64.  $3(7x - 3) = 180$

65.  $2,2(x - 6) = 2,2$

66.  $19(3x - 2,1) = 461,7$

67.  $7,7(x - 1,9) = 85,47$

68.  $117(2x - 97,7) = 4.013,1$

69.  $\frac{2(2x+2)}{4} = 2$

70.  $\frac{7(4x-3)}{4} = 49,35$

71.  $\frac{13(x-1,1)}{1,2} = 172,25$

72.  $\frac{3,7(2,1+x)}{6} = 3.426,8783$

73.  $\frac{5(x-1)}{3} - 5 = 1$

74.  $\frac{1,2(2x-17)}{8} - 37 = 38$

75.  $\frac{17(3x-5)}{221} + 3 = 4$

76.  $\frac{32(4x+3,5)}{8} - 365 = 1$

77.  $0,06x - 17,7 = -14,4$

78.  $0,0013x - 7 = 0,2215$

79.  $24x + 105 = 3(2x + 77)$

80.  $6(6x + 4) = 3(2x + 40)$

81.  $16(x - 3) - (3x + 8) = 4(11x + 6) - 41x$

82.  $30 + 3(4x - 3) = 34 + 2(5x - 2)$

83.  $3(2 + 6) + 53x = 7(6x - 3) + 12(x + 3)$

84.  $3(0,2x - 0,7) = 0,8(0,5x + 1,1) - (0,78x - 0,94)$

85.  $0,8(0,5x + 1,1) = (0,78x - 0,94) + 3(0,2x - 0,7)$

86.  $\frac{(x+4)}{3} + \frac{(x+6)}{4} = 4$

□



# Massefylde

Massefylde af et stof er det antal gram, som  $1 \text{ cm}^3$  af stoffet vejer.

<i>Eksempel</i>	Jerns massefylde er	7,86
	$1 \text{ cm}^3$ har massen	7,86 gram
	$1 \text{ dm}^3$ har massen	7,86 kilogram
	$1 \text{ m}^3$ har massen	7,86 ton

Vand har massefylden 1, og stoffer tungere end vand har massefylde  $> 1$ , mens stoffer lettere end vand har massefylde  $< 1$ .

Massefyldetabel for 5 stoffer:	Jern	7,86
	Kobber	8,92
	Aluminium	2,7
	Bly	11,34
	Guld	19,3

## Opgaver

- Fælgende emner er fremstillet i jern.  
Hvor meget er massen for hvert emne i kilogram?
 

a. $4,5 \text{ dm}^3$	b. $14 \text{ dm}^3$	c. $1 \text{ m}^3$	d. $3 \text{ cm}^3$
e. 2,5 liter	f. 280 liter	g. $235,25 \text{ dm}^3$	h. $2,5 \text{ m}^3$
- En støbeform kan rumme  $2.500 \text{ cm}^3$ .  
Støbeformen skal ophænges i en krog, der maksimalt kan tåle en belastning på 28 kg. Støbeformen vejer 3 kg.  
Hvilke af de i tabellen nævnte materialer, kan emnet fremstilles i?
- Beregn massen på nedenstående emner (svar i kg).
 

a. 7,5 liter kobber	b. 7,5 liter aluminium
c. $1,5 \text{ cm}^3$ jern	d. $1,5 \text{ cm}^3$ aluminium
e. $3 \text{ m}^3$ bly	f. $3 \text{ m}^3$ aluminium
- En kugle af jern har massen 10,611 kg.  
Hvilken massen får kuglen, hvis den fremstilles af bly?

5. En terning fremstilles i guld.  
Terningen fylder  $8 \text{ cm}^3$ .
  - a. Hvilken masse har terningen?
  - b. Hvis terningen skal holde samme masse, men i stedet fremstilles i kobber, hvor meget kommer kobberterningen så til at fylde?
  
6. Et emne fylder  $52 \text{ dm}^3$  og har massen  $0,58968 \text{ ton}$ .  
Hvilket materiale er emnet fremstillet af?
  
7. Kloakdæksler støbes i forme. En form indeholder  $8,5 \text{ liter}$ .  
Hvilken masse har et jerndæksel?
  
8. En spand, der har et rumindhold på  $5 \text{ liter}$ , er påfyldt maling. Malingen har massen  $6.000 \text{ gram}$ .  
Beregn malingens massefylde. Facit angives som  $\text{kg/liter}$  med 1 decimal.
  
9. Når man fryser vand til is, udvider vandet sig.  
Fryser man  $1 \text{ liter}$  vand, fås  $1,1 \text{ liter}$  is.  
Beregn isens massefylde, når det oplyses, at vand har massefylden  $1 \text{ kg/dm}^3$ .
  
10. Kølevæske til en væskekølet motor er fremstillet af en blanding af sprit og vand i blandingsforholdet  $2:1$ . Sprit har massefylden  $0,7$ .  
Beregn kølevæskens massefylde.

□

# Kalkulation

Når der indkøbes varer til smedevirksomheder, varierer priserne afhængigt af den købte mængde. Materialer indkøbes efter type, og prisen afregnes efter vægt.

Der er 3 priser:

A-pris = 0 til 99 kg  
 B-pris = 100 til 199 kg  
 C-pris = 200 kg og mere.

## Kalkulationsskema

Emne	Type (mål) mm	Vægt (kg)	A, B, C pris	Pris/100 kg	Pris/m	Samlet pris

## Opgaver

### 1. Indkøb til lager.

Vi er udgået for følgende materialer og indkøber derfor:

T-stål, ligesidet, rundkantet	20 × 20 × 3	150 kg
	50 × 50 × 6	275 kg
U-stål, små profiler	40 × 20 × 5	75 kg
	60 × 30 × 6	125 kg
Fladstål	16 × 8	25 kg
	25 × 8	60 kg
	25 × 12	225 kg
	50 × 12	600 kg
Rundstål	140 × 20	80 kg
	8	30 kg
	10	30 kg
	12	30 kg

Hvad bliver indkøbsprisen (brug efterfølgende prislister)?

2. Der skal fremstilles en beholder i pladestål.

Der skal bruges forskellige størrelser plade:

6 stk.  $300 \times 10 \times 1.200$

6 stk.  $300 \times 10 \times 800$

3 stk.  $200 \times 15 \times 1.200$

Beregn materialeprisen

3. Taget i hallen skal repareres. Gennemsyn viser, at der skal skiftes bjælker og vinkelstål.

Der skal bruges:

I-stål IPE-profiler IPE 120 40 meter

Vinkelstål, ligesidet, rundkantet  $50 \times 50 \times 5$  28 meter

Beregn omkostningerne til de nye materialer inkl. moms.

4. En kunde bestiller en trappe hos den lokale smed.

Kunden vil gerne have den endelige pris oplyst.

Smeden kan ud fra sin arbejdstegning se, at følgende materialer skal bruges:

Rør  $70 \times 2,9 \times 2.900$

Rundstål  $12 \times 12.000$

Firkantstål  $16 \times 16 \times 6.000$

Fladstål  $30 \times 8 \times 10.000$

Arbejdstiden sættes til 60 timer á 195,00 kr. pr. time.

a. Udregn materialeprisen.

b. Udregn materialeprisen + moms (25%).

c. Udregn omkostninger til arbejds løn.

d. Udregn samlet pris på trappen.

# Prisliste

Alle priser er pris/100 kg og ekskl. moms.

## Stangstål og båndstål

### Fladstål

mm	ca. kg pr. m	A	B	C
16 × 8	(1,01)	685,00	605,00	535,00
20 × 8	(1,26)	609,00	530,00	460,00
25 × 8	(1,57)	620,00	545,00	471,00
30 × 8	(1,88)	592,00	517,00	442,00
60 × 8	(3,78)	586,00	512,00	436,00
75 × 8	(4,71)	613,00	541,00	467,00
140 × 8	(8,79)	666,00	591,00	521,00
20 × 12	(1,88)	623,00	547,00	468,00
25 × 12	(2,37)	623,00	547,00	468,00
50 × 12	(4,70)	586,00	509,00	437,00
100 × 12	(9,42)	612,00	541,00	465,00
140 × 12	(13,2)	673,00	595,00	521,00
30 × 20	(4,71)	657,00	586,00	508,00
80 × 20	(12,8)	612,00	541,00	465,00
140 × 20	(22,6)	675,00	605,00	525,00

### Rundstål

8	(0,45)	713,00	636,00	563,00
10	(0,63)	659,00	576,00	508,00
12	(0,90)	660,00	577,00	511,00
20	(2,45)	548,00	474,00	404,00
100	(62,5)	645,00	573,00	493,00

### Firkantstål

16	(2,01)	712,00	635,00	559,00
20	(3,14)	712,00	635,00	559,00
30	(7,07)	716,00	638,00	564,00
50	(19,6)	782,00	711,00	632,00
75	(44,2)	801,00	725,00	646,00

# Prisliste

Alle priser er pris/100 kg og ekskl. moms.

## Stangstål og båndstål

### Vinkelstål, ligesidet, rundkantet



mm	ca. kg pr. m	A	B	C
20 × 20 × 3	(0,90)	677,00	621,00	552,00
25 × 25 × 3	(1,12)	684,00	611,00	534,00
25 × 25 × 5	(1,80)	684,00	611,00	534,00
30 × 30 × 5	(2,21)	649,00	573,00	498,00
40 × 40 × 5	(2,45)	631,00	555,00	480,00
40 × 40 × 6	(3,54)	631,00	555,00	480,00
50 × 50 × 5	(3,82)	627,00	551,00	475,00

### T-stål, ligesidet, rundkantet



20 × 20 × 3	(0,90)	768,00	695,00	621,00
30 × 30 × 4	(1,80)	667,00	588,00	520,00
40 × 40 × 5	(2,97)	651,00	576,00	501,00
50 × 50 × 6	(4,45)	632,00	557,00	483,00

### U-stål, små profiler



30 × 15 × 4	(1,74)	708,00	635,00	562,00
40 × 20 × 5	(2,90)	651,00	576,00	497,00
60 × 30 × 6	(5,08)	629,00	555,00	477,00

## Stålbjælker

### I-stål, IPE-profiler



IPE 80	(6,00)	678,00	602,00	532,00
IPE 120	(10,4)	678,00	602,00	532,00
IPE 240	(30,7)	638,00	565,00	492,00
IPE 360	(57,2)	652,00	578,00	499,00
IPE 400	(66,3)	652,00	578,00	499,00
IPE 500	(90,8)	684,00	615,00	535,00



# Prisliste

Alle priser er pris/100 kg og ekskl. moms.

## Plader

### Universalstål (kantvalsede plader)

mm	ca. kg pr. m	A	B	C
155 × 5	(6,20)	721,00	645,00	568,00
200 × 5	(8,00)	662,00	588,00	515,00
200 × 6	(9,60)	684,00	615,00	540,00
250 × 6	(12,0)	652,00	675,00	510,00
300 × 6	(14,4)	652,00	675,00	510,00
200 × 10	(16,0)	623,00	555,00	477,00
250 × 10	(20,0)	623,00	555,00	477,00
300 × 10	(24,0)	633,00	567,00	488,00
200 × 12	(19,2)	620,00	544,00	479,00
250 × 12	(24,0)	620,00	544,00	479,00
155 × 15	(18,6)	628,00	562,00	483,00
200 × 15	(24,0)	620,00	544,00	479,00

## Rør og hulprofiler

**NB! Rør og hulprofiler købes i kr./meter**

### Kedelrør, sømløse

21,3 × 2,0	(0,95)	12,95
33,7 × 2,6	(2,00)	24,55
33,7 × 4,0	(3,80)	37,50
38,0 × 2,6	(2,27)	28,35
60,3 × 2,9	(4,13)	46,25
60,3 × 4,5	(6,17)	72,15
70,0 × 2,9	(4,80)	53,65



□



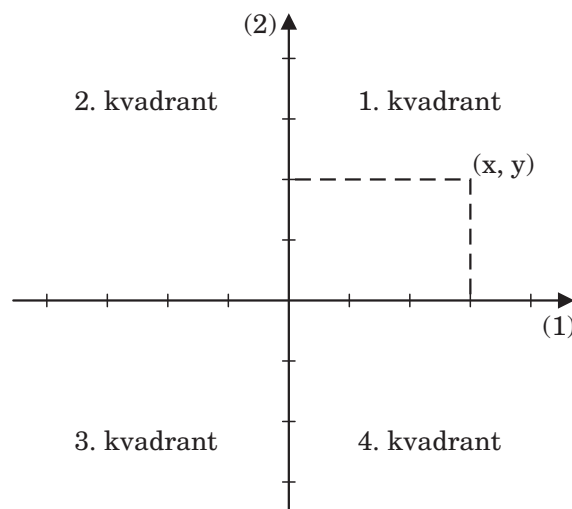
# Koordinatsystemet

## Kvadranter og talpar

Koordinatsystemet består af 2 tallinier, der normalt står vinkelret på hinanden.

Tallinierne kaldes koordinatsystemets akser.

Den vandrette linie kaldes førsteaksen eller x-aksen. Den lodrette linie kaldes andenaksen eller y-aksen.

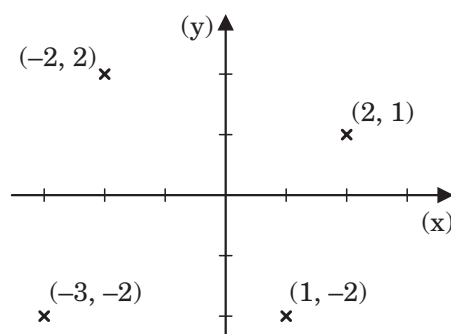


mx063-01.cdr

x: første komponent

y: anden komponent

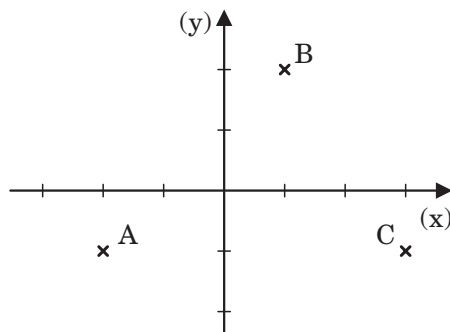
### Eksempler på talpar



mx063-02.cdr

## Opgaver

1. Indsæt følgende ordnede talpar i et retvinklet koordinatsystem.  
(1, 5), (5, 3), (1, -3), (5, 5), (5, -1), (3, -3), (3, 5), (3, 1), og (5, -3)  
Hvilket tal danner punkterne?
2. Tegn et rektangel i et koordinatsystem. De 4 hjørner skal ligge i  
(2, 3), (2, -2), (-8, -2) og (-8, 3)  
Beregn rektanglets areal.
3. Tegn en trekant i et koordinatsystem.  
Trekantens vinkelspidser ligger i (-2, 4), (-8, -4) og (4, -4)
  - a. Find trekantens omkreds.
  - b. Find trekantens areal.
4. Hvor stor er afstanden mellem følgende punkter?
  - a. (-2, -5) og (5, -5)
  - b. (1, 4) og (1, -1)
  - c. (-5, 2) og (-1, 2)
5. I et koordinatsystem er indtegnet 3 punkter.
  - a. Hvilke koordinater har punkterne A, B og C?
  - b. Er trekant ABC retvinklet?
  - c. Beregn arealet af trekanten.



mx063-03.cdr

□

# Ret linie

## Funktioners grafiske billede

En funktion er en mængde af ordnede talpar, hvor der ikke er 2 ordnede talpar med samme førstekomponent. Man kan tegne et billede af en funktion i et koordinatsystem.

Oftentimes opgives en funktionsforskrift, der fortæller, hvorledes man udregner en 2. komponent til en bestemt 1. komponent.

Hvert punkt i koordinatsystemet svarer til et ordnet talpar.

Det første tal i det ordnede talpar aflæses på 1. akse, og det andet tal i det ordnede talpar aflæses på 2. akse.

Hvis der ikke er opgivet andet, er enheden i koordinatsystemet 1 cm.

Det grafiske billede af en funktion, hvis funktionsforskrift man kender, kan tegnes i et koordinatsystem.

### Eksempel

Konstruer det grafiske billede af følgende funktion:  $y = 2x - 3$

### Løsning

Først udregnes nogle eksempler på sammenhørende x- og y-værdier ved at indsætte nogle tilfældige tal på x's plads i funktionsforskriften for derefter at finde y værdien.

Når  $x = 0$ , bliver  $y = 2 \cdot 0 - 3 = -3$

De sammenhørende x- og y-værdier kan skrives i et skema:

$$y = 2x - 3$$

x	0	2	4	
y	-3	1	5	

mx064-01.cdr

Dernæst afsættes de sammenhørende x- og y-værdier i et retvinklet koordinatsystem. Gennem de 3 punkter, der illustrerer de sammenhørende x- og y-værdier, tegnes der nu en ret linie af vilkårlig længde.

Denne linie er det fuldstændige billede af sammenhængen mellem x og y.

## Opgaver

1. Følgende sammenhæng eksisterer mellem
- $x$
- og
- $y$
- :

$$y = 3x - 1$$

Find  $y$ , når: a)  $x = 0$       b)  $x = 2$       c)  $x = 4$ 

Til de følgende opgaver skal du lave et skema, som vist her:

$x$	2	4	6	8	10
$y$					

mx064-02.cdr

2. Følgende sammenhæng eksisterer mellem
- $x$
- og
- $y$
- :

$$y = 2x + 2$$

Find  $y$ -værdierne.

3. Følgende sammenhæng eksisterer mellem
- $x$
- og
- $y$
- :

$$y = -2x + 7$$

a. Find  $y$ -værdierne.

b. Tegn funktionen i et retvinklet koordinatsystem.

4. Funktionsforskriften er:

$$y = 1,5x + 4$$

Find  $y$ -værdierne.

5. Denne funktionsforskrift beskriver sammenhængen mellem
- $x$
- og
- $y$
- :

$$y = -x - 4$$

a. Find  $y$ -værdierne.

b. Tegn funktionen i et retvinklet koordinatsystem.

6. Funktionsforskriften er:

$$y = -2x + 5$$

samt en mængde af ordnede talpar:

 $(-2, 9), (2, 2), (6, -7), (0, 5), (4, 3)$  og  $(8, -11)$ 

Hvilke af de nævnte talpar er sammenfaldende med funktionsforskriften?

7. Denne funktionsforskrift beskriver sammenhængen mellem
- $x$
- og
- $y$
- .

$$y = 2x - 1,5$$

a. Tegn funktionen i et retvinklet koordinatsystem..

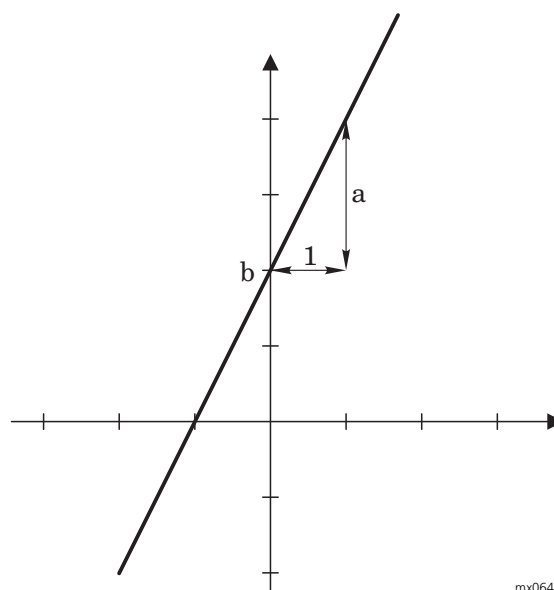
b. Hvor på  $y$ -aksen har funktionen en løsning (skæring  $y$ -akse)?

## Grafisk afbildning

Det grafiske billede af en ret linie har forskriften:  $y = ax + b$

$a$  er liniens hældningstal, og  $b$  viser liniens skæringspunkt med 2. akse. Hældningstallet angiver, hvor meget  $y$ -værdien vokser med, når  $x$ -værdien vokser med 1.

Funktionen kaldes en lineær funktion.



mx064-03.cdr

### Opgaver

8. Tegn det grafiske billede af følgende funktionsforskrifter.

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| a. $f(x) = x + 4$  | b. $f(x) = -x + 4$  |
| c. $f(x) = 3x + 2$ | d. $f(x) = -3x + 2$ |
| e. $f(x) = 0,5x$   | f. $f(x) = -0,5x$   |
| g. $f(x) = 2x + 2$ | h. $f(x) = 2x - 7$  |

9. Funktionen  $y = ax + b$

- Hvad ved du om funktionen, når du kender tallet  $a$ ?
- Hvad ved du, når du kender funktionens  $b$ -værdi?

10. Tegn det grafiske billede af følgende funktioner, og aflæs skæring med  $x$ -aksen.

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a. $y = 6x - 3$    | b. $y = 8x - 6$    |
| c. $y = 0,25x + 4$ | d. $y = -3x + 6$   |
| e. $y = -5x - 2,5$ | f. $y = -0,5x - 4$ |

## Definitions- og værdimængde

En talmængde er en samling af tal, der opfylder en fælles betingelse.

### Eksempler

1. Almene talmængder:

Naturlige tal:  $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  Betegnes med bogstavet N.

Hele tal:  $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  Betegnes med bogstavet Z.

Alle tal: Betegnes med bogstavet R.

2. Specielle talmængder:

Mængden af tal fra og med 3 til og med 6:  $3 \leq x \leq 6$  eller  $x \in [3, 6]$

Mængden af tal fra 4 til og med 7:  $4 < x \leq 7$  eller  $x \in [4, 7]$

De talmængder, der kan indsættes på x's plads i en funktionsforskrift, siges tilsammen at udgøre funktionens definitionsmængde.

Til definitionsmængden svarer en værdimængde, der indeholder de tal, funktionsværdierne antager.

### Eksempel

$f(x) = 2x - 1$  gældende for  $x \in [3, 6]$

Find funktionens værdimængde.

### Løsning

x kan antage værdier fra og med 3 til 6.

Når  $x = 3$  har vi, at  $f(x) = 5$

Når  $x = 6$  har vi, at  $f(x) = 11$

Funktionernes værdimængde indeholder altså tal fra og med 5 til 11.

Værdimængde:  $f(x) \in [5, 11]$



## Opgaver

11. Funktionen  $f(x) = 2x - 5$  gælder for  $x \in [3, 5]$ .
- Find funktionens værdimængde.
  - Tegn et grafisk billede af funktionen.
12.  $g(x) = 3x - 4$  for  $-2 \leq x < 6$
- Find funktionens værdimængde.
  - Afbild funktionen i et retvinklet koordinatsystem.
13.  $f(x) = x$  for  $x > 0$ .
- Find funktionens værdimængde.
  - Afbild funktionen i et retvinklet koordinatsystem.
14. Mellem to punkter p og q tegnes en linie. Liniens længde er fra p til q. Koordinaterne til p  $(-3, -2)$  og q  $(2, 8)$ .
- Bestem forskriften for linien gennem p og q.
  - Bestem værdimængden for linien gennem p og q.
  - Bestem definitionsmængden for linien gennem p og q.
15. En bil på værkstedet er gået i stykker. Derfor kører svenden i egen bil ud til kunderne. Svenden får nu kørepenge efter gældende satser.
- Pr. kørt km                      2,24 kr.  
 Minimum pr. dag              15,00 kr.  
 Maksimum pr. dag (110 km).
- Tegn i et retvinklet koordinatsystem en funktion, der udtrykker ovenstående. x-aksen = antal kørte km og y-aksen pris i kr.
  - Bestem værdimængden til funktionen.
16. Tegn følgende linier, og aflæs deres skæringspunkter.
- $y = 0,5x + 4$                       og                       $y = x + 2$
  - $y = -2x + 7$                       og                       $y = x - 2$
  - $y = 5x$                                       og                       $y = -0,5x + 11$
  - $y = -2x - 7$                       og                       $y = -0,5x - 1$

□



# 2 ligninger med 2 ubekendte

## Grafisk løsning

Når man i praksis vil løse 2 ligninger med 2 ubekendte, gælder det om at finde ordnede talpar, der tilfredsstillende begge ligninger.

### Eksempel

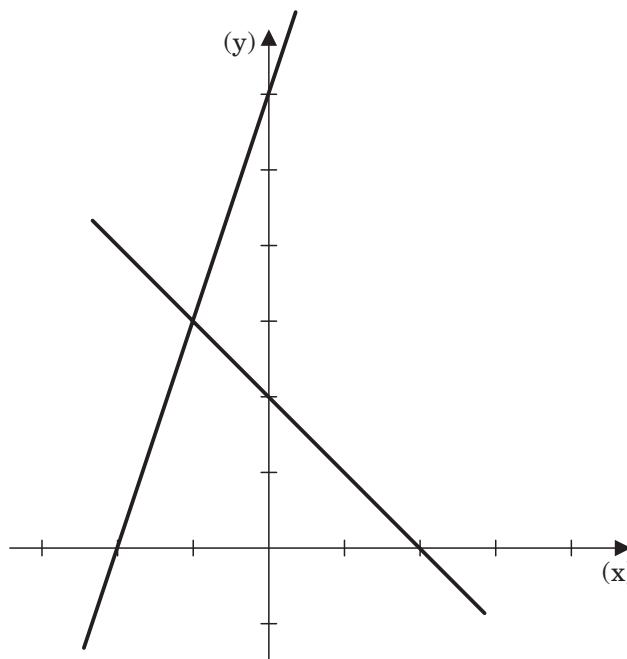
Løs ligningssystemet

I)  $y = 3x + 6$

II)  $y = -x + 2$

De 2 ligninger indtegnes i koordinatsystem.

Skæringspunktet angiver det talpar, der tilfredsstillende begge linier.



mx065-01.cdr

Ligningssystemet har en løsning, nemlig  $(-1, 3)$

Dette skrives:  $(x, y) = (-1, 3)$  eller  $L = \{(-1, 3)\}$

Den her anvendte løsningsmetode kaldes *grafisk løsning* af et ligningssystem.

## Algebraisk løsning

Du skal nu lære en metode til at regne dig frem til resultatet.  
Metoden kaldes indsættelsesmetoden.

### *Eksempel*

Løs ligningssystemet

$$\text{I} \quad y = 3x + 6$$

$$\text{II} \quad y = -x + 2$$

### *Algebraisk løsning*

$y = 3x + 6$  udtrykket for  $y$  indsættes i II

$$y = -x + 2$$

$$3x + 6 = -x + 2$$

$$3x + x = 2 - 6$$

$$4x = -4$$

$$x = -1$$

$x$ -værdien indsættes nu i ligning I

$$y = 3x + 6$$

$$y = 3 \cdot (-1) + 6$$

$$y = 3$$

Vi har nu, at  $x = 3$  og  $y = -1$

Altså  $(x, y) = (3, -1)$  eller  $L = \{(3, -1)\}$

Hvis linierne skærer hinanden, har ligningssystemet netop én løsning, nemlig skæringspunktets koordinatsæt.

Hvis linierne er parallelle og forskellige, er der ingen løsninger til ligningssystemet.

Hvis linierne er sammenfaldende, er der uendelig mange løsninger.

## Opgaver

1. Løs følgende ligningssystemer:

- |    |                |    |                   |
|----|----------------|----|-------------------|
| a. | $y = x + 2$    | og | $y = -2x + 8$     |
| b. | $y = 0,5x - 1$ | og | $y = 1$           |
| c. | $y = -x - 2$   | og | $y = x + 2$       |
| d. | $y = 3x + 1$   | og | $y = -0,5x + 4,5$ |

2. Et vognmandsfirma har 2 afregningsformer for kørsel:

A: 2,50 kr. pr. km for alle km.

B: 1,75 kr. pr. km for alle km + et fast beløb på 750,00 kr. pr. måned.

- Opstil ligninger for de 2 funktioner.
- Indstil de 2 funktioner i et retvinklet koordinatsystem.  
(x-akse = antal km og y-akse = pris i kr.)
- Hvilken afregning er dyrest, hvis man kører 1.800 km pr. måned.

3. En smedelærling er lige flyttet på kollegium. Lærlingen skal beslutte, hvordan han vil betale varmeregning.

Lærlingen kan vælge mellem:

A: 825,00 kr. i faste omkostninger pr. år + en fast afgift på 90,00 kr. pr. målestreg.

B: Betale 125,00 kr. pr. målestreg.

- Hvilken afregningsform skal lærlingen vælge ved et forbrug på 20 målestreger pr. år?
- Find funktionsforskrifterne for tilbud A og B.
- Tegn graferne i et koordinatsystem.

4. Løs følgende ligningssystemer.

- |    |                |    |                     |
|----|----------------|----|---------------------|
| a. | $2x = 14 - 2y$ | og | $0,5 = 0,5x - y$    |
| b. | $y = -x$       | og | $y - x = 6$         |
| c. | $2y = x - 4$   | og | $0,5y = 0,5x + 0,5$ |
| d. | $y - x = 7$    | og | $2y + x = 11$       |

5. 2 tals sum er 480. De samme 2 tals differens er 90.

Find de 2 tal.

6. Følgende punkter er givet til et retvinklet koordinatsystem:

A: (-1, -2)    B: (3, 6)    C: (-2, 5)    D: (6, -3)

- Tegn de 4 punkter A, B, C, D i et koordinatsystem.
- Tegn en ret linie (L) mellem punkterne A og B.  
Tegn en ret linie (M) mellem punkterne C og D.
- Aflæs skæringspunktet mellem L og M.
- Vis ved beregning, at skæringspunktet er korrekt aflæst.

□



# Emneopgave

## Omdrejningstal for værktøj

Er der en sammenhæng mellem bordiameter og omdrejninger/minut ved boring i stål?

*Udgangspunkt*

$$v = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{1.000}$$

$v$  = skærehastighed (m/min)

$d$  = værktøjets diameter (mm)

$n$  = omdrejningstal for værktøj (r/min)

*Beregningsgrundlag*

$v$  = 20 meter/minut.

$$v = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{1.000} \quad \text{omskrives til}$$

$$n = \frac{v \cdot 1.000}{\pi \cdot d} \quad \text{og da } v = 20 \text{ m/min fås}$$

$$n = \frac{6.366,1977}{d}$$

1. Indsæt  $d = (2, 4, 6, \dots, 30)$ , og find  $n$ .
2. Indtegn de fundne værdier på millimeterpapir.  
 x-akse = omdrejninger/minut ( $n$ ) (1 cm = 200 r/min) og  
 y-akse = bordiameter ( $d$ ) (1 cm = 2 mm).
3. Hvad skal der ske med r/min, hvis bordiameteren sættes op til det dobbelte (fx 4 mm bor og 8 mm bor)?

NB! Ved boring i messing skal  $n$  ganges med 3.

Ved boring i aluminium skal  $n$  ganges med 5.

□





# Facitliste

Afvigelser fra facitlistens tal kan bl.a. skyldes afrundinger. Brug derfor facitlisten med fornuft. Listen må ikke opfattes som et udtryk for indiskutable sandheder.

## Hele tal og decimaltal

- |                    |                |           |
|--------------------|----------------|-----------|
| 1. a. 145          | d. 156,0405    | 14. a. 60 |
| b. 580             | e. 134,76375   | b. 44     |
| c. 4.814           | f. 14,811852   | c. 13     |
| d. 661.769         | 8. a. 3,75     | d. 3      |
| e. 608             | b. 7,18        | e. 13     |
| f. 2.388           | c. 3,123       | f. 18,5   |
| g. 68              | d. 3,4         | g. 10     |
| h. 36.544          | e. 8,4         | h. 8      |
| i. 74              | f. 6,5         | i. 70     |
| j. 6,9             | g. 5,3         | j. 26     |
| k. 23,25           | h. 500         | k. 46     |
| l. 88,89           | i. 6,1         | l. 50     |
| 2. a. 45.835,00 kr | 9. 42,5        | 15. 13    |
| b. 13.105,00 kr.   | 10. 0,75 m     | 16. a. 0  |
| 3. a. 48           | 11. a. 2,44    | b. 10     |
| b. 150             | b. 2,45        | c. -6     |
| c. 900             | c. 33,89       | d. 15     |
| d. 5.184           | d. 1,56        | e. 3      |
| e. 3               | e. 26,78       | 17. a. 5  |
| f. 13              | f. 0,23        | b. 80     |
| g. 123             | g. 9,89        | c. 4      |
| h. 4.444           | h. 22,22       | d. 2      |
| i. 26              | i. 20,00       | e. 6      |
| j. 29.040          | 12. a. 1,6753  | f. 3      |
| k. 30              | b. 6,1112      | g. -8     |
| l. 8.888           | c. 66,6667     | h. 12     |
| 4. 4.366,00 kr.    | d. 0,0000      | i. 785    |
| 5. 62,00 kr.       | e. 0,8888      | j. 4      |
| 6. a. 3.200,00 kr. | f. 100,0000    | 18. a. 40 |
| b. 3.608,00 kr.    | 13. a. 97,7 mm | b. 2      |
| 7. a. 7,425        | b. 97,66 mm    | c. 3      |
| b. 10,6875         | c. 97,660 mm   | d. 2      |
| c. 24,5025         | d. 9,83 mm     | e. 4      |
|                    |                | f. 30     |

## Brøker

1. a.  $1\frac{2}{3}$   
 b.  $3\frac{2}{5}$   
 c.  $5\frac{1}{2}$   
 d.  $26\frac{2}{3}$   
 e.  $4\frac{1}{3}$   
 f.  $7\frac{1}{12}$   
 g.  $1\frac{1}{3}$   
 h.  $3\frac{3}{5}$
2. a.  $\frac{29}{8}$   
 b.  $\frac{44}{6}$   
 c.  $\frac{35}{4}$   
 d.  $\frac{5}{2}$   
 e.  $\frac{179}{12}$   
 f.  $\frac{167}{3}$   
 g.  $\frac{1.137}{17}$   
 h.  $\frac{1.735}{8}$
3. a.  $\frac{1}{5}$   
 b.  $\frac{7}{100}$   
 c.  $\frac{17}{100}$   
 d.  $\frac{13}{10}$   
 e.  $\frac{185}{8}$
4. a. 0,7  
 b. 0,25  
 c. 0,4  
 d. 7,9  
 e. 0,008
5. opgave 3. d og e  
 opgave 4. d
6. a.  $\frac{3}{4}$   
 b.  $\frac{8}{10}$
6. (fortsat)  
 c.  $\frac{7}{9}$   
 d.  $\frac{1}{2}$
7. a.  $\frac{2}{8}$   
 b.  $\frac{14}{24}$   
 c.  $\frac{6}{10}$   
 d.  $\frac{16}{30}$
8. a.  $\frac{1}{3}$   
 b.  $\frac{5}{8}$   
 c.  $\frac{1}{3}$   
 d.  $\frac{3}{25}$
9. a.  $\frac{10}{30}$   
 b.  $\frac{18}{30}$   
 c.  $\frac{15}{30}$   
 d.  $\frac{6}{30}$
10. a.  $2\frac{7}{8}$   
 b.  $2\frac{1}{5}$   
 c. 5  
 d.  $4\frac{1}{4}$
11. a.  $\frac{10}{15}$   
 b.  $\frac{5}{15}$   
 c.  $\frac{7}{15}$   
 d.  $\frac{9}{15}$
12. a.  $2 \cdot 2 \cdot 5$   
 b.  $2 \cdot 5$   
 c.  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$   
 d.  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$   
 e.  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$   
 f.  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$   
 g.  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
12. (fortsat)  
 h.  $3 \cdot 11 \cdot 19$
13. a.  $\frac{13}{35}$   
 b.  $\frac{65}{124}$   
 c.  $\frac{5}{11}$   
 d.  $\frac{17}{19}$
14. a.  $6\frac{3}{5}$   
 b.  $5\frac{1}{2}$   
 c.  $9\frac{1}{7}$   
 d.  $11\frac{5}{39}$
15. a.  $\frac{7}{6}$   
 b.  $\frac{23}{20}$   
 c.  $\frac{29}{18}$   
 d.  $\frac{39}{24}$   
 e.  $\frac{30}{14}$   
 f.  $\frac{139}{75}$
16. a.  $8\frac{9}{20}$   
 b.  $19\frac{3}{8}$   
 c.  $22\frac{25}{56}$   
 d.  $15\frac{23}{48}$
17. a.  $\frac{1}{8}$   
 b.  $4\frac{7}{12}$   
 c.  $4\frac{19}{24}$   
 d.  $18\frac{219}{260}$   
 e.  $15\frac{7}{60}$   
 f.  $23\frac{23}{30}$
18. a.  $\frac{28}{40} = \frac{7}{10}$   
 b.  $\frac{1}{4}$   
 c.  $\frac{4}{7}$   
 d.  $\frac{2}{5}$

**Brøker** (fortsat)

18. (fortsat)

e. 5

f.  $11\frac{1}{5}$

19. a.  $5\frac{1}{4}$ 

b.  $2\frac{2}{7}$

c. 3

20. a.  $11\frac{1}{16}$ 

b.  $4\frac{2}{15}$

c.  $\frac{3}{8}$

d.  $32\frac{31}{42}$

e.  $8\frac{31}{88}$

f.  $2\frac{214}{325}$

21. a.  $1\frac{1}{6}$ 

b.  $1\frac{1}{5}$

c.  $\frac{25}{27}$

d.  $5\frac{3}{8}$

e.  $2\frac{11}{18}$

f.  $30\frac{4}{5}$

22. a.  $1\frac{35}{48}$ 

b.  $\frac{13}{20}$

c.  $2\frac{17}{60}$

d.  $14\frac{7}{8}$

e.  $\frac{59}{60}$

f.  $36\frac{37}{528}$

g.  $-\frac{38}{65}$

h.  $1\frac{3}{4}$

i. 1.105

**Procent**

1. 0,34

0,99

0,04

0,25

1,00

2,34

4,00

0,12

0,01

0,0125

0,2678

0,04567

1,2217

10,00

2. 50 kr.

15 kr.

59,5 kr.

0,08 kr.

1.029,60 kr.

1,98 kr.

3. 3.120,00 kr.

3.380,00 kr.

4. 111,25 kr.

5. 1,12

1,33

1,03

1,50

2,00

1,145

1,75

5. (fortsat)

1,015

1,005

11,00

1,9

1,1

6. 2.199,92 kr.

7. a. 9.110,35 kr.

b. 9.565,87 kr.

c. 9.996,33 kr.

8. a. 281,25 kr.

b. 5.708,75 kr.

c. 4,56 kr.

d. 8.321,88 kr.

e. 22,31 kr.

f. 0,94 kr.

g. 2.502,5 kr.

h. 69,44 kr.

9. a. 120,02 kr.

b. 123,02 kr.

c. Nej

10. 0,88

0,67

0,97

0,50

0,974

0,25

0,985

0,995

0,9975

## Procent (fortsat)

10. (fortsat)  
0,99975
11. a. 643,50 kr.  
102,70 kr.  
136,50 kr.  
2.892,50 kr.  
747,50 kr.  
b. 4.4522,70 kr.
12. 276.009,9
13. 740.852,11
14. 203.003.260.000 kr.
15. a. 1.000,00 kr.  
b. 94.000,00 kr.  
c. 600,00 kr.  
d. 80.000,00 kr.  
e. 2.100.000,00 kr.  
f. 2.000,00 kr.
16. 7.400,00 kr.
17. 550 kg
18. 80 pk.
19. 3.200.000,00 kr.
20. 31 stk.
21. 189 pers.
22. a. 25%  
b. 5%  
c. 72%  
d. 12,5%  
e. 12,5%  
f. 1%  
g. 2,5%

22. (fortsat)  
h. 0,25%
23. 20%
24. 8,7%
25. 23%
26. 62%
27. 2,5%
28. 30%
29. 90,88%
- ## Indekstal
30. 1.062.720,00 kr.  
1.272.640,00 kr.
31. 4 point
32. 10.720,50 kr.
33. a. 1982-83: 8%  
1983-84: 6,67%  
1984-85: 4,86%  
1985-86: 3,31%  
1986-87: 3,83%  
1987-88: 4,32%  
1988-89: 4,73%  
1989-90: 3,95%  
1990-91: 3,26%  
1991-92: 2,11%
- b. fra 1982 til 1983
34. a. 80 point  
b. 15,69%  
c. 23,44%
35. 686.170,50 kr.

36. 634.016,00 kr.
37. a. 1988-89  
b. 1984-85
38. 186.560,00 kr.
39. 39.110,09 kr.

## Ligninger

1.  $x = 5$
2.  $x = 6$
3.  $x = 0,6$
4.  $x = 8$
5.  $x = 18$
6.  $x = 105$
7.  $x = 1,9$
8.  $x = 100$
9.  $x = 19$
10.  $x = 35$
11.  $x = 40$
12.  $x = 95$
13.  $x = 220$
14.  $x = 10$
15.  $x = 2$
16.  $x = 0,5$
17.  $x = 30$
18.  $x = 488,89$
19.  $U = 220,11 \text{ V}$   
 $U = 12 \text{ V}$
20.  $I = 1,5 \text{ A}$   
 $I = 0,27 \text{ A}$

**Ligninger** (fortsat)

- |                                   |   |                 |
|-----------------------------------|---|-----------------|
| 21. $R = 44 \Omega$               | 45. $x = 20$                                | 66. $x = 8,8$   |
| $R = 48,35 \Omega$                | 46. $x = 5$                                 | 67. $x = 13$    |
| 22. $v = 5,11 \text{ m/s}$        | 47. $x = 6,4$                               | 68. $x = 66$    |
| $v = 40 \text{ m/s}$              | 48. $x = 2$                                 | 69. $x = 1$     |
| 23. $1.190 \text{ m}$             | 49. $x = 12,2$                              | 70. $x = 7,8$   |
| 24. $153.000.000 \text{ km}$      | 50. $x = 5,5$                               | 71. $x = 17$    |
| 25. $r = 0,286 \text{ m}$         | 51. $x = 55,5$                              | 72. $x = 5.555$ |
| 26. $r = 0,505 \text{ m}$         | 52. $x = 555$                               | 73. $x = 4,6$   |
| 27. $r = 159,15 \text{ mm}$       | 53. $x = 9$                                 | 74. $x = 258,5$ |
| 28. $r = 5,6977 \text{ m}$        | 54. $x = 3,14$                              | 75. $x = 6$     |
| $A = 101,99 \text{ m}^2$          | 55. $x = 42$                                | 76. $x = 22$    |
| 29. $h = 111,27 \text{ m}$        | 56. $x = 3$                                 | 77. $x = 55$    |
| 30. $r = 6.378.136,3 \text{ m}$   | 57. $x = 24$                                | 78. $x = 5.555$ |
| 31. 5 kr.: $r = 14,25 \text{ mm}$ | 58. $v = 75 \text{ m/min}$                  | 79. $x = 7$     |
| 10 kr.: $r = 11,66 \text{ mm}$    | $v = 85 \text{ m/min}$                      | 80. $x = 3,2$   |
| 2 kr.: $r = 12,22 \text{ mm}$     | $v = 28 \text{ m/min}$                      | 81. $x = 8$     |
| 1 kr.: $r = 10,12 \text{ mm}$     | 59. $n = \frac{v \cdot 1.000}{d \cdot \pi}$ | 82. $x = 4,5$   |
| 32. $r = 500 \text{ mm}$          | 60. $n = 1.042 \text{ omdr./min}$           | 83. $x = 9$     |
| 33. $x = 9,1$                     | $n = 179 \text{ omdr./min}$                 | 84. $x = 4$     |
| 34. $x = 55,2$                    | $n = 106 \text{ omdr./min}$                 | 85. $x = 4$     |
| 35. $x = 1,3$                     | 61. $n = 637 \text{ omdr./min}$             | 86. $x = 2$     |
| 36. $x = 15,3$                    | $n = 579 \text{ omdr./min}$                 |                 |
| 37. $x = 43,01$                   | $n = 531 \text{ omdr./min}$                 |                 |
| 38. $x = 7.669,2$                 | $n = 398 \text{ omdr./min}$                 |                 |
| 39. $x = 0,84$                    | $n = 354 \text{ omdr./min}$                 |                 |
| 40. $x = 99,61$                   | $n = 318 \text{ omdr./min}$                 |                 |
| 41. $x = 1$                       | 62. $n = 392 \text{ omdr./min}$             |                 |
| 42. $x = 21,99$                   | 63. $x = 1$                                 |                 |
| 43. $x = 2$                       | 64. $x = 9$                                 |                 |
| 44. $x = 2$                       | 65. $x = 7$                                 |                 |

**Potens**

1. a.  $5^3$
- b.  $6^4$
- c.  $1.000^2$
- d.  $2^6$
- e.  $4^3 + 3^4$
- f.  $10^2 - 5^2$
- g.  $7^3 + 9^4 - 8^4$

**Potens** (fortsat)

2. a. 32.768  
b. 262.144  
c. 24.137.569  
d. 1.953.125

3. a. 7  
b. 125  
c. 144  
d. 759.375

4. a.  $5^{3+3+3} = 1.953.125$   
b.  $6^{4+4} = 1.679.616$   
c.  $11^{2+2+2} = 1.771.561$   
d.  $x^{3+3} = x^6$

5. a.  $(3 \cdot 4)^3 = 3^3 \cdot 4^3$   
b.  $(5 \cdot 8)^4 = 5^4 \cdot 8^4$   
c.  $(12 \cdot 15)^2 = 12^2 \cdot 15^2$   
d.  $(x \cdot 5)^3 = x^3 \cdot 5^3$

6. a.  $4^3 : 5^3 = 0,512$   
b.  $9^2 : 3^2 = 9$   
c.  $1^4 : 2^4 = 0,0625$   
d.  $x^2 : 3^2 = x^2 : 9$

7. a. 25  
b. 27  
c. 1  
d. 689  
e. 387  
f. 81  
g. 17.150  
h. 0

8. a. 3.044  
b. 4.192  
c. 100.764
9. a. -287  
b. -283

4. (fortsat)  
f. 64  
g. 13  
h. 9
5. 2, 7, 8, 10, 12, 25, 27

**Kvadratrod og kubikrod**

1. a. 10  
b. 3  
c. 8  
d. 9

2. a. 2  
b. 4  
c. 10  
d. 7

3. a. 12  
b. 20  
c. 22  
d. 14

- e. 6  
f. 25  
g. 16,5  
h. 10,5

4. a. 5  
b. 12  
c. 1  
d. 6  
e. 32

**Måleenheder**

1. a. 3 m  
b. 14 m  
c. 0,45 m  
d. 15.000 m  
e. 1,2 m  
f. 0,02 m  
g. 6,3 m  
h. 0,25 m  
i. 4,5 m  
j. 0,065 m  
k. 23.543,2 m  
l. 7,43

2. a. 4.000 g  
b. 7.000 g  
c. 0,12 g  
d. 2.060 g  
e. 800 g  
f. 0,45 g  
g. 0,08 g  
h. 75 g  
i. 80 g  
j. 0,014 g  
k. 3.125,5 g

**Måleenheder (fortsat) Rumfangsmål**

1. 5.454.533 g
3. a. 400 liter  
b. 1,4 liter  
c. 7,05 liter  
d. 0,05 liter  
e. 0,6 liter  
f. 14 liter  
g. 45 liter  
h. 7,8 liter
4. a. 34 mm  
b. 580 mm  
c. 510 mm  
d. 3.000 mm  
e. 5.200 mm  
f. 12.500 mm  
g. 450 mm  
h. 170 mm
5. a. 3,2 kg  
b. 4.000 kg  
c. 5,5 kg  
d. 7.050 kg  
e. 4,055 kg  
f. 2,015 kg  
g. 750 kg  
h. 0,0075 kg

1. a. 7.000 liter  
b. 15 liter  
c. 42 liter  
d. 14 liter  
e. 0,45 liter  
f. 2,8 liter  
g. 45 liter  
h. 3 liter
2. a. 4.000 cm<sup>3</sup>  
b. 1,4 cm<sup>3</sup>  
c. 1.250 cm<sup>3</sup>  
d. 1.500.000 cm<sup>3</sup>  
e. 375 cm<sup>3</sup>  
f. 2.335.500 cm<sup>3</sup>  
g. 8 cm<sup>3</sup>  
h. 7.000 cm<sup>3</sup>
3. a. 3 dm<sup>3</sup>  
b. 75 dm<sup>3</sup>  
c. 2.500 dm<sup>3</sup>  
d. 0,0145 dm<sup>3</sup>  
e. 0,8 dm<sup>3</sup>  
f. 0,05 dm<sup>3</sup>  
g. 558 dm<sup>3</sup>  
h. 0,0005 dm<sup>3</sup>
4. a. 0,75 m<sup>3</sup>  
b. 2,5 m<sup>3</sup>  
c. 33 m<sup>3</sup>  
d. 0,125 m<sup>3</sup>  
e. 0,05 m<sup>3</sup>  
f. 0,00075 m<sup>3</sup>

4. (fortsat)  
g. 0,000001 m<sup>3</sup>  
h. 0,00135 m<sup>3</sup>
5. a. 2.000.000 mm<sup>3</sup>  
b. 500.000 mm<sup>3</sup>  
c. 1.200.000.000 mm<sup>3</sup>  
d. 750.000.000 mm<sup>3</sup>  
e. 1.250.000 mm<sup>3</sup>  
f. 12.000.000 mm<sup>3</sup>  
g. 12.000 mm<sup>3</sup>  
h. 4.000 mm<sup>3</sup>

**Massefylde**

1. a. 35,37 kg  
b. 110,04 kg  
c. 7.860 kg  
d. 0,02358 kg  
e. 19,65 kg  
f. 2.200,8 kg  
g. 1.849,065 kg  
h. 19.650 kg
2. Jern, kobber og aluminium
3. a. 66,9 kg  
b. 20,25 kg  
c. 0,01179 kg  
d. 0,00405 kg  
e. 34.020 kg  
f. 8.100 kg
4. 15,309 kg

**Massefylde** (fortsat)

5. a. 154,4 g  
b. 17,309 cm<sup>3</sup>
6. Bly
7. 66,81 kg
8. 1,2 kg/liter
9. 0,909 kg/dm<sup>3</sup>
10. 0,8

**Kalkulation**

1. 8.898,60 kr.
2. 1.941,12 kr.
3. 3.503,09 kr.
4. a. 424,03 kr  
b. 530,04 kr.  
c. 11.700,00 kr.  
d. 12.230,04 kr.

**Koordinatsystemet**

1. 3
2. 50
3. a. 32  
b. 48
4. a. 7  
b. 5  
c. 4
5. a. A (-2, -1)  
B (1, 2)  
C (3, -1)  
b. Nej  
c. 7,5

**Ret linie**

1. a.  $y = -1$   
b.  $y = 5$   
c.  $y = 11$
2.  $y = 6, 10, 14, 18, 22$
3. a.  $y = 3, -1, -5, -9, -13$
4.  $y = 7, 10, 13, 16, 19$
5. a.  $y = -6, -8, -10, -12$  og  $-14$
6.  $(-2,9), (6, -7), (0, 5), (8, 11)$
7. b.  $-1,5$
9. a.  $a =$  liniens/funktionens  
hældnings/stigningstal.  
b.  $b =$  skæring med  $y$ -akse.
10. a. 0,5  
b. 0,75  
c.  $-16$   
d. 2  
e.  $-0,5$   
f.  $-8$
11. a.  $V_{mf} = [1; 5]$
12. a.  $V_{mf} = [-10; 14]$
13. a.  $V_{mf} = [0; \infty]$
14. a.  $f(x) = 2x + 4$   
b.  $V_{mf} = [-2; 8]$   
c.  $V_{mf} = [-3; 2]$
15. b.  $V_{mf} = [15; 246,40]$
16. a.  $(x, y) = (4, 6)$   
b.  $(x, y) = (3, 1)$   
c.  $(x, y) = (2, 10)$   
d.  $(x, y) = (-4, 1)$



## 2 ligninger med 2 ubekendte

1. a.  $(x, y) = (2, 4)$   
b.  $(x, y) = (4, 1)$   
c.  $(x, y) = (-2, 0)$   
d.  $(x, y) = (1, 4)$
2. a.  $f(x) = 2,5x$   
 $f(x) = 1,75x + 750$   
c. A
3. a. B  
b.  $f(x) = 90x + 825$   
 $f(x) = 125x$
4. a.  $(x, y) = (5, 2)$   
b.  $(x, y) = (-3, 3)$   
c.  $(x, y) = (-6, -5)$   
d.  $(x, y) = (5, 3)$
5. 285 og 195
6. c.  $(x, y) = (1, 2)$
7. pos = Armene opad  
neg = Armene nedad
8. y-aksen
9. tp =  $(0,5, -4,5)$   
np = 2 og -1
10. tp =  $(4, 1)$   
np = ingen
11. tp =  $(2, -9)$   
np = 5 og -1
12. tp =  $(-2, -9)$   
np = 1 og -5
13. tp =  $(-3, 12,5)$   
np = -8 og 2
14. tp =  $(0,5, 9)$   
np = -1 og 2
15. Stort tal = Armene meget åbne  
Lille tal = Armene lidt åbne

## Parabler

tp = toppunkt

np = »skæring« m. x-aksen

(x-værdier)

1. tp =  $(0,0)$
2. tp =  $(0,0)$
3. tp =  $(0, -2)$
4. tp =  $(0,2)$
5. tp =  $(-2, 0)$   
np =  $(-2)$
6. tp =  $(2, 0)$   
np =  $(2)$
7. tp =  $(-2, -9)$   
np = 1 og -5
8. tp =  $(-3, -1)$   
np = -2 og -4
9. tp =  $(-2, -4)$   
np = 0 og -4
10. tp =  $(-1,5, -0,25)$   
np = -1 og -2
11. tp =  $(2,5, -5,25)$   
np = 4,79... og 0,209...
12. tp =  $(2, 4)$   
np = ingen

## Parabler (fortsat)

22.  $tp = (-3,25, -14,0625)$   
 $np = 0,5$  og  $-7$
23.  $tp = (-0,5, -0,25)$   
 $np = 0$  og  $-1$
24.  $tp = (0,5, 12,5)$   
 $np = -2$  og  $3$
25.  $tp = (1,16\dots, 0,916\dots)$   
 $np =$  ingen
26.  $tp = (-1,5, -4,25)$   
 $np = 0,56\dots$  og  $-3,56\dots$   
 e. 4 gange
27. a. 12 m  
 b. 18 m  
 c.  $S1 = 11,875$  m  
 $S2 = 14,875$  m
28. a. 9 m  
 b. 8 m
29. a. 1.100 kg  
 b. min. 3,7 mm  
 c. min. 9,6 mm  
 d. 4 gange
30. b. Ja ( $20 > 18$ )  
 c. 6 m
31. b. 4 gange  
 c. 27,5 enheder
32. a og b =  $(0, 5)$  og  $(4, -3)$
33.  $(-2, -1)$  og  $(-5, 2)$

## Ekspontialfunktioner

6.  $tp = (0, 1)$
7. 1
8. Voksende
9. Aftagende
10. En ret linie
11. Nej
12. Mindre
- 13.-
15.  
 For  $x = 0$  angiver faktoren  
 skæring med y-aksen

□